



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

## Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

## Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

phys 125.1

**HARVARD COLLEGE  
LIBRARY**



**FROM THE  
FARRAR FUND**

*The bequest of Mrs. Eliza Farrar in  
memory of her husband, John Farrar,  
Hollis Professor of Mathematics,  
Astronomy and Natural Philosophy,  
1807-1836*









**Johannes Keplers**

Mathematikers Sr. Kaiserlichen Majestät

# **Dioptrik**

oder

**Schilderung der Folgen, die sich aus der unlängst gemachten  
Erfindung der Fernrohre für das Sehen und die sichtbaren  
Gegenstände ergeben**

Augsburg

Druck von David Franke

Mit kaiserlichem Privileg für 15 Jahre

1611

-----

Übersetzt und herausgegeben

von

**Ferdinand Plehn**

Mit 43 Figuren im Text

-----

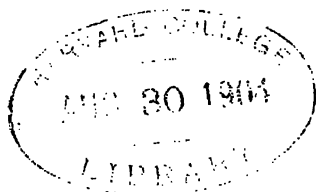
Leipzig

Verlag von Wilhelm Engelmann

1904



Phys 125.1



*Farrar fund*



## Widmung.

---

[I] Dem hochwürdigsten und durchlachtigsten Fürsten und Herrn

Herrn Ernst Erzbischof von Köln,

Heiligen römischen Reiches Kurfürsten, Erzkanzler in Italien, Bischof von Lüttich, Verweser von Münster, Bildesheim und Freising, Fürsten zu Stavelot, Pfalzgrafen bei Rhein, Herzog von Ober- und Niederbayern, Westfalen, Engern usw., Markgraf von Franchimont, meinem gnädigsten Herrn.

Hochwürdigster und durchlachtigster Kurfürst, gnädigster Herr!

Zu der großen Menge von Erfindungen dieses letzten Jahrhunderts ist vor einigen Jahren das Fernrohr hinzugekommen, welches man keineswegs unter die gewöhnlichen Instrumente rechnen darf. Es haben sich einige um die Priorität der Erfindung gestritten, andere taten sich noch mehr auf die Vervollkommnung des Instruments zugute, weil auf jener Seite vorwiegend der Zufall walte, auf dieser hingegen die Vernunft die Herrschaft habe. Galilei aber feierte den schönsten Triumph durch die Nutzbarmachung des Instruments für die Erforschung der Geheimnisse der Astronomie, da ihm seine Unermüdllichkeit im Experimentieren den Gedanken eingab, und das Glück ihm den Erfolg nicht vorenthielt. Ich selbst habe nun, gegungen von einem ehrenvollen Wetteifer, den Mathematikern ein neues Feld für die Betätigung ihres Scharfsinns eröffnet, indem ich die Ursachen und Grundlagen so heiß erstrebter und ihrer erfreulichen Mannigfaltigkeit so vielgestaltiger Ergebnisse auf geometrische Gesetze zurückführte.

[II] Nachdem ich nämlich vor sechs Jahren den optischen Teil der Astronomie herausgegeben hatte, in welchem ich den Mechanismus des Sehens in neuer Auffassung und die optischen Gläser, meines Wissens als erster von diesen Dingen gelehrt hatte, die bis heute unerschüttert geblieben da war es wohl angebracht, daß ich zeigte, wie diese Grundlagen, auf denen ich die Theorie des Sehens und die Wirkung einzelner Gläser aufgebaut hatte, auch für die Verbindung verschiedener durchsichtiger Linsen zu einem Fernrohr ausreichen: und daß es sogar unmöglich sei (was die Richtigkeit verbürgt), mit irgend welchen anderen Grundsätzen, deren ich mich bediente, den Beweis hierfür zu erbringen. Da nun Euklid einen Teil der Optik, die Katoptrik, geschaffen hat, welche von den zurückgeworfenen Strahlen handelt, indem er den Namen von dem Hauptwerkzeuge dieser Art, den Spiegeln und ihrer wunderbaren und erfreulichen Vielgestaltigkeit hernahm, so entstand nach diesem Vorgange für mein Büchlein der Name Dioptrik, weil es hauptsächlich von den in dichten, durchsichtigen Medien gebrochenen Strahlen handelt, sowohl in den natürlichen Medien des menschlichen Auges, als den künstlichen verschiedener Gläser. In dieser Hinsicht unterscheidet es sich von der Katoptrik wie eine Spezies von der anderen, jedoch in der Art, daß in ersterer die Dioptrik, in zweiter die Katoptrik steht, weil es sich in der Katoptrik um Bilder handelt, deren wahre Natur nur mit einer aus der Dioptrik zu schöpfenden Kenntnis des Auges begriffen werden kann.

[III] Aus demselben Grunde habe ich die Mechanik des Sehens und die Theorie der einfachen optischen Gläser wiederholt; einmal, um die Dioptrik gewissermaßen vollständig zu geben, dann aber, weil die Theorie des Instruments an das menschliche Auge anknüpft, und weil das Instrument aus einfachen Gläsern zusammengesetzt ist, so daß das eine nicht ohne das andere entwickelt werden kann; endlich, einige gemeint haben, ich hätte diese Dinge in der Optik schwer verständlich behandelt, so daß viele nicht infolge einer Schwerfälligkeit, sondern durch die Schuld des Lehrmeisters gehindert würden, die Ausführungen und Beweise zu verstehen.

diesen zu Hilfe zu kommen, habe ich hier einzelnes kürzer, **eres weitläufiger** vorgetragen, manches mit anderen Worten **esfaßt**. Die Definitionen der Fachausdrücke, welche ich aus

Geometrie frei übernehme, habe ich mit fortlaufender **ummer** zwischen den Lehrsätzen an passender Stelle **auf-**  
**lehrt**; ferner habe ich die Anzahl der Figuren vermehrt (die **lie** eigentliche Schrift des Mathematikers sind). Wenn ich **h** auf diese Weise nicht jede Unklarheit beseitigt haben **o**, so hoffe ich doch, daß diejenigen, welche wissenschaft-  
geschult sind, meiner Schwäche etwas nachsehen und mit **er** meiner Mühwaltung **vorlieb** nehmen werden.

Ich möchte noch hinzufügen, daß ich mich auf diese Arbeit **ide** zu einer Zeit geworfen habe, in der mein unter einem **mmernswerten** Frost erstarrtes Gemüt durch die erwärmende **ne** Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit Gegen-  
t wieder belebt und durch Euren gnädigsten Zuspruch und **blässiges** Mahnen, gleichsam wie von einem Götterboten, **dem** Schläfe geweckt wurde. Dazu kam auch noch, daß **Mathematikus** und Kammerherr, der edle Herr Zuckmesser, **i** durch seine ebenso herrlichen wie genial erfundenen **umente** und kunstvoll geschliffenen Gläser — die, wie ich

Ew. höchstes Interesse erregten — zur Nacheiferung auf **am** selben Gebiete herausforderte. [IV] Hätten mich nicht **o** besonderen Gründe veranlaßt, meine Dioptrik Ew. hoch-  
ligsten und durchlauchtigsten Hoheit zu widmen, so hätte **schon** jener eine, ganz allgemeine, genügt, daß mathe-  
sche Bücher, weil sie dem allgemeinen Verständnis entrückt **deshalb** gering geschätzt sind, niemand mit mehr Berecht-  
; dargeboten werden, als solchen, die sie auch beurteilen **ien** und die durch natürliche Schärfe des Geistes, durch **e** zur Wissenschaft und durch Nachdenken zur vollen Er-  
mg dieser Dinge vorgedrungen sind. Ob Ew. Hoheit in **r** Kenntnis unter den Fürsten unserer Zeit Eures Gleichen **n**, ist mir unbekannt: unter den Universitätsprofessoren gibt **cherlich** eine geringere Zahl, die zu solchem Urteil berufen **als** man wünschen möchte.

**enn** nun alle Lobreden auf Gönner in den zahlreichen **widmungen** ebenso wenig geschmeichelt wären, als diese,

dann würde — des bin ich sicher — der Glaube an die hervorragenden Eigenschaften der Gönner, den jene Widmung so ziemlich in Mißachtung gebracht haben, bald wieder Leben bekommen. Ich aber kann es mir ersparen, zu diesem Zweck die übrigen Tugenden Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit (wie es in Widmungen üblich ist) aufzuzählen, da ich mir sonst den Tadel: »Schuster bleib bei deinem Leisten« zuziehen würde.

Im übrigen genügt es wohl, wenn ich den Leser darauf aufmerksam mache, daß mein Buch von einem solchen Fürst gut geheißen und ins Leben gerufen wurde. Und so empfehle ich mich denn Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit ganz gehorsamst.

[V] Am 1. Januar des Jahres 1611.

Möge Ew. hochwürdigste und durchlauchtigste Hoheit dieselbe in glücklicher Regierung und bei guter Gesundheit verleben. Dies erfleht

Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit  
ehrfurchtvollster

Johannes Kepler,  
Mathematiker Sr. kaiserl. Majes

Die Klammern des Originals sind rund ( ), die Zusätze des Übersetzers in eckigen Klammern [ ].

Die Seitenzahlen des Originals sind ebenfalls in eckigen Klammern



[1]

## Dioptrik

oder

### Darstellung der Wirkungen geschliffener Gläser oder durchsichtiger Kristalle auf das Sehen und die sichtbaren Gegenstände.

I. Definition. Die Neigung zu einer Fläche wird bestimmt durch den Winkel zwischen einem zur Fläche senkrechten und irgend einem anderen Strahl, der den senkrechten im Punkte der Oberfläche schneidet.

II. Optischer Grundsatz. Strahlen, die in ein dichteres Medium eintreten, werden mit einer Neigung gebrochen und nähern sich nach der Brechung innerhalb des Körpers der Senkrechten, die auf der Grenzfläche im Einfallspunkte errichtet ist. Dieselben Strahlen werden bei ihrem Austritt aus dem dichteren Medium ebenfalls gebrochen und entfernen sich nach der Brechung außerhalb des Mediums von dieser Senkrechten.

III. Optischer Grundsatz. Die Brechung bleibt dieselbe, ob nun die Strahlen ein- oder austreten, wie man es sich gerade vorstellen will.

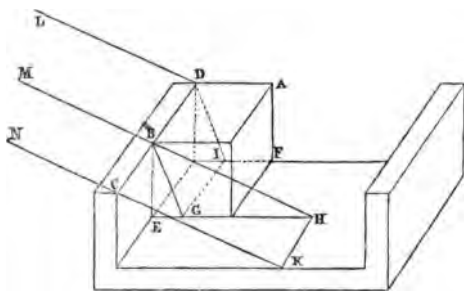
IV. Aufgabe. Es sollen die Brechungen an einem festen durchsichtigen Körper bei beliebiger Neigung der Strahlen künstlich gemessen werden.

$AE$  [Fig. 1] sei ein fester durchsichtiger Körper. Er sei begrenzt durch eine vollkommen plane Oberfläche  $DE$  und durch zwei andere plane Oberflächen  $BA$  und  $EF$ , die zur ersteren rechtwinklig und unter sich parallel sein sollen. Passend zu diesem mache man einen Behälter aus irgend einem Stoff, z. B. aus Holz, dessen Flächen, besonders die inneren, ut geebnet sein müssen.

[2] Zwei Seitenwände erheben sich rechtwinklig vom Boden  $I$ , so daß  $BEH$  und auch die anderen Winkel rechte sind.

In diesen Behälter werde der durchsichtige Körper so geleg daß er den einen hohlen rechten Winkel völlig ausfülle. Seiwärts rage jedoch der etwas größere Behälter über den durchsichtigen Körper um das Stückchen  $BC$  hinaus; in der Hö  $BE$  aber seien sie völlig gleich, so daß die Oberfläche des durchsichtigen und undurchsichtigen ineinander übergehe. Nachdem die beiden Körper dergestalt vereinigt sind, werd die Seite  $DC$ , deren Teil  $DB$  beiden Körpern gemeinschaftlic ist, lotrecht den Strahlen der Sonne ausgesetzt, wie auc immer dabei die Neigung der Fläche  $BA$  zu den Sonnerstrahlen sein möge.

Fig. 1.



$LD$ ,  $MB$ ,  $NC$  seien Sonnenstrahlen. Alle Strahlen, die zwischen  $MB$  und  $NC$  befinden, werden ungebrochen über  $E$  hinaus in  $H$  und  $K$  eintreffen, da sie außer der Luft auf kein durchsichtigen Körper stoßen. Daher wird  $CB$  den Schatt  $KH$  auf den Grund des Behälters werfen, unter Umständen vielleicht auch auf dessen gegenüberstehende Seitenwand.

Aus diesem Verhältnis der Höhe  $BE$  zu dem Schatten  $E$  ergibt sich die Neigung der Sonnenstrahlen zu der Senkrecht auf der Ebene  $BA$ . Denn wie  $BE$  zu  $EH$ , so verhält sich der sinus totus zur Tangente der Entfernung der Sonne von der Senkrechten der Fläche  $BA$ , d. i. des Winkels  $EBH$ .

Hingegen werden die zwischen  $MB$  und  $LD$  einfallenden Strahlen in die dichtere, durchsichtige Oberfläche  $BA$  eintreten und innerhalb dieser dem Lote  $BE$  zugebrochen werden. wird  $MB$  nach  $BG$  und  $LD$  nach  $DI$  gebrochen werden. Und  $BD$  wird durch den Kristall hindurch den kürzeren Schatten  $GI$  werfen. Es wird aber möglich sein, mit den Augen

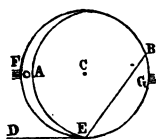
Größe festzustellen, wenn der Grund des Behälters vorher mit Tinte in bestimmte Teile geteilt war. Denn der Körper, welcher den Grund bedeckt, ist ja durchsichtig.

Nun verhält sich wieder die Höhe  $BE$  zu dem Schatten  $EG$  wie der sinus totus zur Tangente des Winkels  $EBG^4)$ . Zieht man aber den jetzt gefundenen Winkel  $EBG$  von dem vorher gefundenen  $EBH$  ab, so bleibt  $GBH$  als Maß des Brechungswinkels bei dieser Neigung  $EBH$  übrig.

V. Aufgabe. Die Brechungen bei größeren Neigungen und ebenso auch die bisherigen, auf eine andere Weise bequemer zu ermitteln.

[3] Aus einer durchsichtigen, hinreichend dicken, etwa halbzölligen Scheibe [Fig. 2] werde ein zylindrischer Körper hergestellt. Dieser sei  $AG$ ; seine Dicke  $FA$ . Die Scheibe werde durchbohrt in der Richtung des Kreisdurchmessers, so daß das lange Bohrloch  $FA$  durch das Zentrum  $C$  hindurch in  $G$  austrete. Oder man befestige statt dessen ein Lineal an dem Zylinder in der Richtung  $ACG$  mit gleich hohen Visieren in  $A$  und  $G$ . Der ringförmige Rand wird in 360 Teile geteilt, angefangen bei  $E$ , so daß  $AE$  ein Quadrant ist. Das Bohrloch oder das Visier  $AG$  wird in die Sonne gebracht, so daß das Licht der Sonne, welches bei  $A$  eingetreten ist, über  $G$  hinaus auf einer gegenüberliegenden Stelle oder Wand sichtbar ist. Da nun der ganze Halbkreis, dessen beide Quadranten in  $A$  zusammenstoßen, gleichzeitig erhellt wird, so ist es klar, daß die Tangente, die die Oberfläche des Zylinders in  $E$  berührt, und die  $DE$  genannt werde, parallel zu  $AG$  ist und so auch von der Sonne herkommt, als äußerster aller der Strahlen, die auf den Halbkreis des Zylinders auffallen.

Fig. 2.



Man führe nun einen undurchsichtigen Griffel über die Oberfläche des Zylinders von  $AF$  bis nach  $E$  und beobachte, wohin sein Schatten an dem gegenüberliegenden Rande, um die Gegend von  $GB$  herum, fällt. Es mag z. B., wenn der Griffel in  $E$  angesetzt wird, der Schatten nach  $B$  fallen. Die Hälfte des Bogens von  $EB$  mißt also den Refraktionswinkel des Strahles  $DE$ , der die höchste Deklination vom Scheitel hat, weil er ja die zylindrische Oberfläche des Kristalles in  $E$  tangiert<sup>5)</sup>.



VI. Grundsatz. Die Refraktion von Bergkristall und Glas ist annähernd gleich.

VII. Grundsatz. Die Refraktionswinkel des Kristalles verhalten sich bis zum 30. [Grade] der Neigung ebenso wie die Neigungswinkel selbst<sup>6)</sup>.

VIII. Grundsatz. Der Refraktionswinkel ist beim Kristall bis zu der besagten Grenze nahezu der dritte Teil der Neigung in der Luft<sup>7)</sup>.

[4] IX. Grundsatz. Am Kristall beträgt die höchste Refraktion ungefähr  $48^{\circ}$ <sup>8)</sup>.

X. Optischer Grundsatz. Die Neigung verursacht die Refraktion, und gleiche Neigungen der Strahlen in demselben Medium bringen gleiche Refraktionen oder Refraktionswinkel hervor; je größer die Neigung, desto größer die Refraktion; gar keine Neigung bewirkt auch keine Refraktion, d. h. ein lot-rechter [Strahl] wird nicht gebrochen.

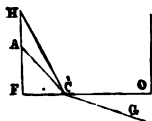
XI. Optischer Grundsatz. Strahlen, die von verschiedenen leuchtenden Punkten ausgehen und auf denselben Punkt einer dichteren Oberfläche auffallen, schneiden sich wechselseitig, aber die Reihenfolge ist nach der Brechung umgekehrt; genau so, wie wenn sich die Strahlen ohne Brechung geschnitten hätten.

XII. Lehrsatz. Genau gemessene Refraktionen sind nicht den Neigungen in der Luft proportional<sup>9)</sup>.

Denn nach VIII beträgt die Refraktion  $10^{\circ}$  bei einer Neigung von  $30^{\circ}$ , also ein Drittel. Nach demselben Maße müßte zu einer Neigung von  $90^{\circ}$  eine Refraktion von  $30^{\circ}$  gehören; das Experiment ergibt aber nach IX  $48^{\circ}$ .

XIII. Lehrsatz. Ein Strahl, der innerhalb eines Kristallkörpers auf dessen Oberfläche auffällt und um mehr als  $42^{\circ}$  von dem Lote zu ihr abweicht, wird jene Oberfläche nicht durchdringen können.

Fig. 3.



In der Figur 3 sei  $AC$  ein Kristallkörper mit der planen Oberfläche  $FCO$ . Zu ihr sei  $AC$  mehr als  $42^{\circ}$  geneigt, so wird  $FCA$  weniger als  $48^{\circ}$  betragen; wenn nun Strahl  $AC$  in die Luft gelangt, so wird er sich entweder der Oberfläche in  $CO$  anschmiegen oder nicht, dann aber sich über dieselbe erheben, etwa wie  $CG$ . [5] Beides ist aber unmöglich

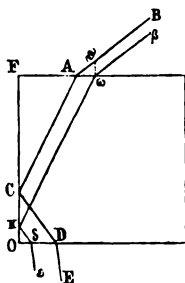
Dann nach IX ist die Refraktion der Tangente  $CO$   $48^\circ$ , folglich  $CH$  der zu  $OC$  gehörende gebrochene Strahl und mehr nach innen gelegen als  $CA$ , da  $FCA$  kleiner als  $48^\circ$  angenommen wird. Weil also  $OC$  gebrochen wird in  $CH$ , nicht in  $CA$ , so wird auch  $AC$  nicht in  $CO$  gebrochen werden (nach III). Aber auch  $GC$  wird nicht in  $CA$  gebrochen. Denn nach XI. schneiden sich  $GC$  und  $OC$ , weil sie nach demselben Punkt  $O$  kommen, und da  $GC$  oberhalb  $OC$  liegt, so muß der zu  $GC$  gehörige gebrochene Strahl unterhalb des zu  $OC$  gehörigen Strahles  $CK$  fallen und nicht oberhalb  $CA$ .  $AC$  kann also nicht über  $C$  hinausgehen.

XIV. Aufgabe. Schatten in der Richtung gegen die Sonne zu werfen.

Dies leistet ein Kristallwürfel.  $FO$  [Fig. 4] sei ein Würfel, und  $B\beta$  die Sonne;  $A\omega$  ein Körperchen auf der Oberfläche  $FA$  des Würfels. Die Strahlen  $BA$  und  $\beta\omega$ , welche den Schatten bilden, indem sie außen vorbeigehen, werden nach  $AC$  und  $\omega K$  gebrochen. Nach IX müssen sich  $CA$  und  $C\omega$  notwendigerweise mehr als  $48^\circ$  über die Punkte der Oberfläche  $A\omega$  erheben. Da nun der Winkel des Würfels  $AFC$  in Rechter ist, so wird auch  $CAF$  mehr als  $48^\circ$  betragen; es wird  $FCA$  kleiner als  $42^\circ$  sein,  $AC$  und  $K\omega$  werden also mehr als  $48^\circ$  und deshalb auch mehr als  $42^\circ$  zum Scheitel der Oberfläche  $CF$  geneigt sein. Aus diesem Grunde (nach III) können  $AC$  und  $\omega K$  die Fläche  $FC$  nicht durchdringen. Sie werden deshalb nach optischen Grundsätzen total reflektiert werden nach der Oberfläche  $OD$  unter den gleichen Winkeln  $ACF$ ,  $DCO$ . Ind weil  $COD$  als Würfelwinkel ein Rechter ist, und  $DCO$  gleich  $ACF$  kleiner als  $42^\circ$ , so muß  $CDO$  größer als  $48^\circ$  sein; er ist also weniger als  $42^\circ$  zum Scheitel der Oberfläche  $CO$  geneigt und kann deshalb austreten nach  $E$ ; ebenso  $K\delta$  nach  $\epsilon$ . Und auf diese Weise fällt der Schatten von  $A\omega$  nach  $\delta$  in entgegengesetzte Lage und kommt der Sonne näher als  $A\omega$ , wenn  $DE$ ,  $\delta\epsilon$  genügend verlängert werden.

[6] Auf dieselbe Art läßt sich nachweisen, daß ein in  $\omega$  angebrachter kleiner Turm  $\omega\psi$  die Spitze seines Schattens  $E$  gegen die Sonne richten würde.

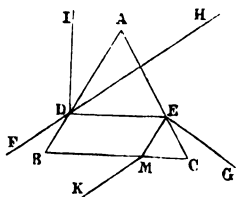
Fig. 4.



XV. Lehrsatz. Strahlen können ein Glas- oder Kristallprisma durchdringen, dessen Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck bildet.

$ABC$  [Fig. 5] sei ein gleichseitiger Schnitt innerhalb des Prismas. Man ziehe zu  $BC$  die Parallele  $DE$ , welche einen Strahl vorstelle. Ich behaupte, ihm stehe der Austritt auf beiden Seiten, sowohl in  $D$  als in  $E$  nach der Luft offen. Es ist nämlich  $ABC$  und deshalb auch  $ADE$   $60^\circ$ . Das Komplement hiervon oder der Winkel zwischen dem Lot in  $D$  [auf  $DE$ ] zur Oberfläche  $DA$  ist  $30^\circ$ , also weniger als  $42^\circ$ . Es wird mithin  $ED$  in  $DF$  austreten. Gegenüber wird ebenso  $DE$  in  $EG$  austreten.

Fig. 5.



XVI. Sinnenfälliger Grundsatz. Bei einer solchen Größe der Brechung erscheinen die Regenbogenfarben in herrlichster Weise, gleichgültig, ob nun das Auge hindurchsieht, oder die Sonne hindurchleuchtet.

XVII. [Lehrsatz.] Wenn die Sonne ein Prisma bescheint, so entspringen drei Arten von Strahlen: unveränderte Strahlen, Strahlen von der Farbe des betreffenden Glases und regenbogenfarbige Strahlen.

Es sei nämlich  $F$  die Sonne [vgl. vorige Fig. 5]. Sie strahlt nach  $D$ . Hier wird nun gewissermaßen das Ganze des Sonnenstrahls geteilt und zu einem sehr kleinen Teil nach  $DI$  reflektiert unter dem Winkel  $ADI$ , welcher gleich ist dem Winkel  $BDF$ , unter welchem der Strahl auffiel. Also einen ungefärbten, allerdings aber nur schwachen Strahl wirft sie über  $D$  nach  $I$ . Ungefärbt ist er, weil er vom Glase nicht gefärbt ist, in dessen Substanz er nicht eindringt.

Der größere Teil des ganzen Strahls  $FD$  dringt bei  $D$  ein und wird nach  $DE$  gebrochen. In  $E$  wird der Rest aber wiederum geteilt. [7] Der größere Teil überschreitet  $E$  und wirft infolge der beide Male gleich starken Brechung die Regenbogenfarben nach  $G$ .

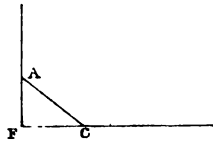
Ein ganz kleiner Rest von  $DE$  wird zurückgeworfen von der Oberfläche  $AC$  nach  $EM$ ; fällt Strahl  $DE$  etwas schiefer auf  $AE$  auf, so wird er auch schiefer nach  $EM$  gebrochen als hier. Denn wenn man  $DEA$  kleiner macht, so muß auch  $MEC$  kleiner werden nach den Gesetzen der Reflexion. Und

so würde schließlich  $EM$  rechtwinklig auf  $BC$  auffallen und deshalb gar nicht in  $M$  gebrochen werden. Wenn aber  $FD$  unter dieser Annahme zweimal durch den Körper des Glases gegangen wäre, nämlich einmal als  $DE$  und das andere Mal als  $EM$ , würde es auf geradem Wege, bei  $M$  austretend, einen Strahl von der Farbe des Glases nach  $K$  werfen, d. h. aus der  $A$  gegenüberliegenden Fläche. Denn die Optik lehrt uns, daß weiße Strahlen in farbigen Medien gefärbt werden.

XVIII. Lehrsatz. Wäre der Winkel des Körpers ein rechter, so würden, wenn man den Körper zwischen das Auge und einen leuchtenden Punkt bringt, die von letzterem kommenden Strahlen nicht ins Auge gelangen; sondern die Oberfläche, die dem leuchtenden Punkt gegenüberliegt, würde dunkel und von der Farbe des Körpers erscheinen.

Es sei  $CA$  [Fig. 6] ein Strahl innerhalb des Körpers. Er wird zu den Flächen  $FC$ ,  $EA$  entweder gleiche oder ungleiche Neigung haben. Ist sie gleich, so wird sie mehr als  $42^\circ$ . betragen, nämlich  $45^\circ$ , und der Strahl kann also weder die eine, noch die andere durchsetzen (nach XIII.); ist sie aber ungleich, so kann er (nach XIII) durch die eine von ihnen nicht hindurch. Es kann also kein Strahl die beiden Flächen, welche den rechten Winkel eines Körpers begrenzen, gleichzeitig durchdringen.

Fig. 6.



XIX. Optischer Grundsatz. Der Ort des Gegenstandes wird immer in die Richtung verlegt, die der Strahl bei seinem Eintritt ins Auge hatte, was auch immer auf dem Wege von dem Gegenstande zum Auge an der ursprünglichen Richtung durch Brechung für Veränderungen erfolgen mögen, da das Auge nicht wahrzunehmen vermag, was den Strahlen durch das Dazwischentreten von Medien geschieht, sondern so urteilt, als liefen sie immer nur in der letzten Richtung.

[8] XX. Lehrsatz. Durch ein Prisma mit nach oben gerichtetem Winkel erscheint alles gegenüberliegende oben, mit nach unten gerichtetem Winkel unten, mit nach rechts gerichtetem rechts, und nach links gerichtetem links zu liegen.

Betrachten wir wieder die Figur 5, wo  $A$  oben und  $F$  das Auge sei. Dann wird also  $FD$  nach  $DE$  gelangen und in  $D$   $20^\circ$  (nach XV) vom Wege  $DH$  abgelenkt. Ferner wird  $DE$  nach  $EG$  gelangen und wieder  $20^\circ$  vom Wege  $DE$ , also  $40^\circ$  vom Wege  $FDH$  abgelenkt werden, was fast die Hälfte eines rechten Winkels ausmacht. Und doch wird das Auge in  $F$  alles, was unten bei  $G$  liegt, oben bei  $N$  zu sehen glauben (nach XIX).

**Soviel über ebene Kristalle. Jetzt über gekrümmte Flächen. Zuerst über das Licht.**

XXI. Definition. Die Bewegung des Lichts nach einem Ort hin wird lateinisch durch das Wort *vergere*, gerichtetsein, bezeichnet. Konvergent heißen Strahlen, die im Fortschreiten von ihrem Ursprung sich immer mehr einander nähern. Divergent, wenn sie vom Ursprung sich fortbewegend, mehr und mehr auseinander weichen. Also werden konvergente Strahlen, nachdem sie sich geschnitten haben, von da ab divergent.

XXII. Definition. Leuchtende Punkte nennt man weit entfernt, wenn ihr Abstand so groß ist, daß der Durchmesser der Pupille dagegen verschwindend klein ist: man nennt sie nahe, wenn das Verhältniß des Pupillendurchmessers zu ihrem Abstände eine merkliche Größe hat.

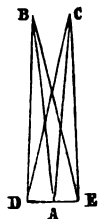
[9] XXIII. Postulat. Jeder entfernte Punkt eines sichtbaren Körpers sendet zwar Strahlen nach allen Seiten aus, in Ansehung des Auges oder eines optischen Glases aber, deren Durchmesser verschwindend klein zu der Entfernung ist, kann man die äußersten, das Auge oder das Glas streifenden Strahlen als parallel betrachten. Von ihnen kann nur einer senkrecht zu der entgegenstehenden gekrümmten Fläche sein.

XXIV. Definition. Strahlen, die von einem Punkte eines nahen Gegenstandes ausgehen, divergieren daher gegen die Pupille des Auges. Von verschiedenen Punkten irgend eines Gegenstandes ausgehende Strahlen sind immer konvergent in bezug auf das Zentrum des Sehens. Dies gilt aber nur für den Fall, daß die Strahlung ungehindert vor sich geht. Man muß also jedesmal wohl unterscheiden, ob es sich um

Strahlen eines Punktes oder um Strahlen mehrerer Punkte handelt.

$CD$ ,  $CA$  und  $CE$  [Fig. 7] divergieren gegen das Auge  $DE$ ; ebenso  $BD$ ,  $BA$  und  $BE$ , sowie alle mittleren; aber  $BA$  und  $CA$  konvergieren gegen das Augencentrum  $A$ .

Fig. 7.



### Über die Linse.

**XXV. Definition.** Eine Linse ist ein Glas oder Kristall von der Form einer kreisförmigen Scheibe, deren Durchmesser größer ist als die Dicke.

**XXVI. [Definition.]** Konvex ist eine Linse, die entweder beiderseits eine konvexe Oberfläche hat oder nur auf einer Seite konvex, auf der anderen plan ist. Dasselbe gilt von der konkaven Linse. Beide mögen zusammenfassend als reine [d. h. ungemischte] bezeichnet werden.

**XXVII. [Definition.]** Gemischt heißen solche, die auf einer Seite konvex, auf der anderen konkav, aber auf beiden Seiten vollkommen kreisförmig [kuglig] sind. Diese sind den reinen [ungemischten] entgegengesetzt.

**[10] XXVIII. [Defintion.]** Ein »Konvexes«, »Konkaves« oder »Gemischtes« schlechtweg soll im folgenden gleichbedeutend sein mit einer Konvexlinse, Konkavlinse oder gemischten Linse<sup>10)</sup>.

**XXIX. [Definition.]** Die Größe der Linse ist etwas anderes als die Größe ihrer Konvexität oder Konkavität. Jene bezieht sich auf die äußere Größe, diese auf die mathematische Begrenzung der Oberflächen.

**XXX. [Definition.]** Die Größe des Linsenkörpers selbst hat eine doppelte Bedeutung. Entweder ist sie absolut, wenn man die Umfänge der Linsen oder Scheiben ins Auge faßt und miteinander vergleicht; oder sie bezieht sich auf den Kreisbogen der Konvexität und vergleicht den Umfang der Linse mit ihrer Konvexität.

**XXXI. [Definition.]** Ein Konvex- oder ein Konkavglas »von großem oder kleinem Kreise (oder auch: eines großen oder kleinen Kreises)« bezieht sich daher

nicht auf den Umfang des Körpers, sondern auf sein Oberflächen und ihre mathematische Begrenzung.

XXXII. [Definition.] Groß ist die Konvexität oder Konkavität bei kleinem Kreise, klein bei großem.

XXXIII. Postulat. Die Mittelpunkte der Kreise einer konvexen, konkaven oder gemischten Linse müssen auf einer geraden Linie liegen, welche durch den Mittelpunkt der Linse hindurchgeht.

### Der Brennpunkt der Linse<sup>12)</sup>.

XXXIV. Lehrsatz. Wenn von einem Punkte  $a$  parallele Strahlen auf eine lotrecht entgegenstehende Konvexlinse fallen, deren Öffnung unter  $30^\circ$  ist, und wenn diese Strahlen außer der Brechung beim Eintritt keine weitere Richtungsänderung erfahren, da bleibt nur der Strahl ungebrochen, der durch die Mitte des Glases geht, weil er senkrecht auf der Fläche auftrifft, während alle anderen gebrochen werden und sich nach der Brechung mit dem senkrechten vereinigen, in einer Entfernung von ungefähr anderthalb Durchmessern der Kugel.

Fig. 8.

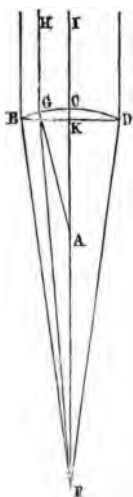


Fig. 8. gebrochen werden und sich nach der Brechung mit dem senkrechten vereinigen, in einer Entfernung von ungefähr anderthalb Durchmessern der Kugel.

[11] Wir nehmen einen fernegelegenen Punkt an, der den Teil  $BD$  [Fig. 8] einer Kristallkugel bestrahlen möge. Und zwar sei der Bogen  $BCD$  kleiner als  $30^\circ$ . Dann wird die Strahlung parallel sein (nach XXIII). Von diesen Strahlen sei allein  $IC$  lotrecht, als der durch das Zentrum  $A$  hindurchgehende.

Wir betrachten außer dem senkrechten Strahl  $IC$  irgend einen anderen von den in der Linse parallelen Strahlen, z. B.  $HG$ . Da nun  $H$  schief auffällt auf die Oberfläche  $BGC$ , wird er (nach II) dem Lote im Einfallspunkte, welches  $GA$  sei, zugebrochen werden, so daß  $IC$  und  $HG$  hinter  $G$  nicht mehr parallel sind. Sie werden sich also schneiden.

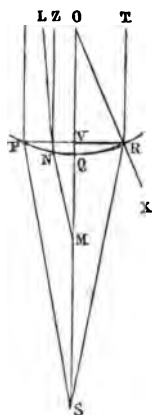
Der Schnittpunkt befinde sich in  $F$ , und  $H$  werde nach  $GF$  gebrochen. Denn es wird angenommen, daß dem Strahl  $HG$  hinter  $G$  nichts widerfährt. Ich behaupte,  $AF$  sei das Doppelte von  $CA$  und

nithin der Durchmesser der Kugel  $BCD$ . Denn der Neigungswinkel vom Strahl  $HG$ , welcher parallel zu der Senkrechten  $IC$  ist, hat die Größe des Winkels  $GAC$ . Wäre nun die Brechung gleich der Neigung, dann würde  $HG$  nach  $GA$ , nämlich dem Zentrum selbst, gebrochen. Da aber die Brechung nicht gleich der Neigung ist, also auch nicht  $\frac{3}{3}$  derselben, sondern nur  $\frac{1}{3}$ , nach VIII, so erhält der gebrochene Strahl  $GF$  gegen  $GA$  eine Abweichung, die  $\frac{2}{3}$  der Neigung von  $GAC$  beträgt. Es ist also  $FGA$   $\frac{2}{3}$  von  $GAC$ ;  $AGF + AFG$  sind  $= GAC$ . Daher ist  $GFA$   $\frac{1}{3}$  von  $GAC$  und die Hälfte von  $FGA$ . Es verhält sich aber nach der Lehre von den Dreiecken  $GA:AF$  wie der Sinus von  $\frac{1}{2} GFA$  zum Sinus von  $2FGA$ . Die Sinus von Winkeln unter  $15^\circ$  sind nahezu verhältnismäßig den Winkeln und Bögen selbst. Sie sind also fast im Verhältnis von 1:2. Deshalb verhält sich auch  $GA$  oder  $CA$  zu  $AF$  wie 1:2 oder wie der Halbmesser zum Durchmesser, und so ist  $CF$  ungefähr anderthalb Durchmesser<sup>13</sup>).

[12] XXXV. Lehrsatz. Wenn die Strahlen in einen konvexen Körper parallel eingedrungen sind, so werden sie sich hinter der Konvexität mit dem Lot schneiden in einer Entfernung, die ungefähr die Länge des Durchmessers der Konvexität beträgt, vorausgesetzt, daß die Öffnung weniger als  $30^\circ$  beträgt.

Es sei  $PQR$  [Fig. 9] ein Kristallkörper, begrenzt durch die konvexe Fläche  $PQR$ ; und durch diesen Körper sollen einige parallele Strahlen hindurchgehen, deren mittelster und senkrechter  $OQ$  sei. Von den übrigen sei einer  $TR$ . Ich behaupte nun erstens,  $TR$  werde nach außen in  $RS$  gebrochen, unter einem Brechungswinkel, der um die Hälfte kleiner als der Neigungswinkel ist; z. B.  $SRX$  und  $TRO$  sind die Neigungen der Strahlen  $SR$  und  $TR$ ; daher hat  $TRO$  zwei Teile des Maßes, von welchem  $SRX$  drei hat. Denn der Refraktionswinkel ist der dritte Teil der Neigung (nach VIII). Wie also  $SR$  beim Eintritt nach  $RT$  gebrochen wird, so wird auch  $RT$  beim Austritt nach  $SR$  gebrochen werden (nach III). Die

Fig. 9.





Hälfte der Neigung  $TRO$  ist mithin die Refraktion von  $TH$  selbst, da es aus dem Dichten austritt. Ich behaupte außerdem  $RS$  schneide  $OQ$  ungefähr in der Entfernung eines richtigen Durchmessers des Kreises  $PQR$ . Denn  $RSO$  ist die Größe der Refraktion und gerade die Hälfte von  $TRO$  oder  $ROS$ , ein Drittel von  $XRS$ . Es verhält sich aber  $OS:OR$  wie der Sinus des Winkels  $XRS$  zum Sinus des Winkels  $RSO$ . Aber die Sinus von so kleinen Winkeln verhalten sich nahezu wie die Bögen. Daher ist der Sinus  $XRS$  nahezu das Dreifache vom Sinus  $RSO$ . Deshalb ist auch  $OS$  dreimal so groß als  $OR$  oder  $OQ$ . Da also  $OQ$  der Halbmesser ist, so wird  $QS$  ungefähr so groß wie der Durchmesser sein.

XXXVI. Lehrsatz. Wenn Strahlen innerhalb eines dichten Mediums nicht parallel, sondern konvergent nach der konvexen Grenzfläche gerichtet sind, so schneiden sie sich in einem Punkte, dessen Entfernung von der Linse kleiner ist als der Durchmesser der Konvexität.

[13] Es mögen nämlich  $OQ$  und  $LN$  nach  $QN$  zu konvergieren. Die zu  $QO$  Parallele  $NZ$ , sei gebrochen nach  $NS$ . Es schneiden sich mithin gegenseitig  $LN$  und  $ZN$ . Folglich wird der zu  $LN$  gehörige, gebrochene Strahl mehr nach innen liegen als  $NS$ , weil  $LN$  außerhalb  $ZN$  liegt (nach XI). Er schneidet  $QS$  also oberhalb  $S$ , z. B. in  $M$ . Und  $QM$  ist kürzer als der Durchmesser.

XXXVII. Lehrsatz. Befindet sich der leuchtende Punkt näher an der Konvexität als die Größe ihres Durchmessers, so werden die Strahlen dieses Punktes nach der Brechung innerhalb des dichten Körpers nicht parallel, sondern divergent sein.

Denn wenn  $QS$  der Durchmesser der Konvexität ist, sei  $M$  ein leuchtender Punkt näher an der Linse als  $S$ , und die Strahlen  $MN$ ,  $MQ$  divergent. Daher divergieren auch deren zugehörige, gebrochene Strahlen  $NL$ ,  $QO$  nach  $LG$  hin, wie im vorhergehenden Lehrsatz (nach XI), wenn sie auch in Wahrheit etwas weniger divergieren.

Bis hierher hatten wir ausschließlich von einer einzigen konvexen Oberfläche der Linse gehandelt, nun gehen wir zur ganzen Linse über.

XXXVIII. Lehrsatz. Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkt aus parallel auf eine senkrechte

gegenstehende, auf beiden Seiten konvexe Kri-  
- oder Glaslinse fallen, vereinigen sich hinter  
Linse in einem Punkt, dessen Entfernung kleiner  
als der Durchmesser des Kreises der abgekehrten  
fläche: und kleiner als anderthalb Durchmesser  
ugekehrten Fläche<sup>14)</sup>.

$G$  [Fig. 10] sei eine beiderseits konvexe Linse,  $ADGF$   
senkrechte durch die Zentra der konvexen Oberflächen.

dem ferngelegenen, strahlenden Punkt  
1 beliebig viele parallele Strahlen kommen,

$CB$ . Während nun  $AD$  und  $CB$  und  
anderen in der Luft nahezu parallel sind

XXIII), so konvergieren  $DG$  und  $BE$  im  
all nach  $EG$  (nach XXXIV) und zielen

nach  $F$ . [14] Daher (nach XXXVI) wird  
Punkt  $F$ , indem der zu  $BE$  gehörende,

ebene Strahl  $EF$  den Mittelstrahl schnei-  
näher an  $G$  liegen, als die Größe des

messers der Konvexität  $GE$  beträgt,  
er sei  $GS$ . Ebenso liegt die Sache mit

und  $BE$ , welche um die Länge von  
thalb Durchmessern der Konvexität  $BD$

n hinter  $D$  geschnitten haben würden (nach  
V), wenn sie nämlich keine andere Bre-

; als in  $B$  erlitten hätten. Nun mögen  
ber zum zweiten Male in  $E$  gebrochen

n nach der Senkrechten  $GF$  hin, weil von ihrem Lote  
unkte  $E$  (nach II) ab. Es ist also klar, daß sie schon

als die Länge von anderthalb Durchmessern von  $BD$   
gt, sich schneiden. Dies muß daher getrennt bewiesen

n. Denn wenn sie auch in einer kürzeren Entfer-  
als der Durchmesser  $DS$  der Fläche  $EG$  beträgt, sich

iden, so folgt daraus keineswegs, daß dies auch kürzer  
als anderthalb Durchmesser  $DF$  der Oberfläche  $BD$ .

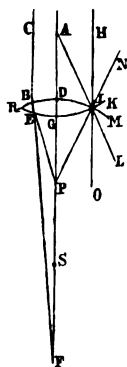
jener Durchmesser kann größer sein als diese anderthalb  
messer.

XXIX. Lehrsatz. Wenn unter denselben Voraus-  
ingen die Konvexität auf beiden Seiten gleiche

nmung hat, so fällt der Schnittpunkt hinter die  
e in einen Punkt, welcher ungefähr um den

messer der zugekehrten Konvexität entfernt ist,  
ist in das Zentrum derselben.

Fig. 10.



Es seien in der Figur 10  $BD$  und  $EG$  gleiche Konvexitäten und die Zentra derselben  $A, P$ . Die Kreise schneiden sich in  $I$ , nachdem  $GI$  bis  $K$  und  $DI$  bis  $M$  verlängert wurden. Durch den Schnittpunkt  $I$  werden die Lote  $AL$  und  $PN$  aus den Mittelpunkten errichtet. Durch Schnittpunkt  $I$  gehe die zu  $AF$  parallele  $HIO$ . Da nun  $BD$  und  $EG$  in vorigen Lehrsatz wenig differierten, so wollen wir sie als gleich ansehen und an ihre Stelle die wirklich gleichen Stücke  $DI$  und  $GI$  setzen. [15] Weil nun  $HI$  zu  $DIM$  geneigt ist, indem es zu dem Lot  $IN$  um den Winkel  $HIN$  geneigt ist, welchem gleich ist  $OIP$  oder  $IPD$ , so wird der zu  $HI$  zugehörige gebrochene Strahl innerhalb der Konvexität abgelenkt werden von  $OI$  nach  $IP$  um den dritten Teil von  $OIP$  (nach VIII). Aber  $LIO$  ist gleich  $NIH$ , weil  $AI, IP$  gleich sind, und  $HIO$  zu  $AP$  parallel ist. Gebrochen in einen dichteren Körper eintretend, wird er auf die abgewendete Oberfläche desselben  $KIG$  (deren Lot in  $I, AL$  ist) unter einem Winkel auffallen, welcher  $\frac{1}{3}$  größer ist als  $LIO$ . Es hat also jener in den Kristall gebrochene Strahl vier Dritteile der Neigung an der abgewendeten Fläche. Beim Austritt in die freie Luft in  $I$  muß er eine um die Hälfte größere Neigung in der Luft erhalten, denn ein Strahl, der aus jener Luft geneigt auffällt auf eine konvexe Linse, verliert innerhalb des Körpers den dritten Teil seiner Neigung (nach VIII). Infolgedessen hat jener geneigte Strahl jenseits der Linse in der Luft sechs Teile von der Art, von welcher der Winkel  $NIH$  oder  $LIE$  drei Teile hat. Der Winkel dieser Neigung ist also doppelt so groß wie der Winkel  $LIO$ . Aber  $LIP$  ist ebenfalls doppelt so groß als  $LIO$ , weil  $LIO$  und  $OIP$  gleich sind. Daher ist  $IP$  der zu  $HI$  gehörige gebrochene Strahl, und zweimal gebrochen, einmal beim Eintritt in Punkt  $I$  der Konvexität  $DIM$  und das zweite Mal beim Austritt im Punkt  $I$  der konvexen Fläche  $GIK$ . Deshalb ist  $P$  das Zentrum der zugekehrten Konvexität  $BDI$ , ursprünglich der Schnittpunkt der Parallelen  $CB, AD, HI$ ; wenn die Konvexitäten gleich wären. (Vgl. XXXIV, XXXV, XXXVIII.) Fürs Gedächtnis so: drei Halbmesser hinter der zugekehrten Konvexität, zwei hinter der abgekehrten, einen hinter beiden<sup>13. 14)</sup>.

XL. Zusatz. Hieraus geht hervor, daß bei ungleichen Konvexitäten der Schnittpunkt hinter der Linse in einer Entfernung liegen werde, welche

wischen den Halbmessern der beiden Konvexitäten schwankt. Nämlich größer als der Halbmesser der kleineren, weil die andere Oberfläche dem größeren Kreise gehört; hätte sie einem gleichen angehört, so wäre dessen Halbmesser das Maß in diesem Intervall gewesen. Kleiner dagegen als der Durchmesser des kleineren, da ja die Oberfläche des kleineren nicht die einzige ist. Kleiner endlich als der Halbmesser der größeren [Konvexität]: denn wenn der Kreis der kleineren Oberfläche ebenso groß gewesen wäre, dann wäre es erst das Maß des größeren Halbmessers in diesem Intervall gewesen; nun ist dieser aber nicht gleich, sondern kleiner.

[16] XLI. Lehrsatz. Strahlen, die von einem fernen Punkt eines sichtbaren Gegenstandes kommen, schneiden sich am nächsten an der Linse, während der Schnittpunkt der Strahlen eines näher gelegenen Punktes weiter absteht.

Denn nach XXXIV, XXXV, XXXVIII ist in den drei zugehörigen Figuren der Schnittpunkt für einen unendlich weit bestehenden Punkt  $F$ ,  $S$  oder  $P$ . Umgekehrt ist es, wenn der leuchtende Punkt an den Gegenstand heranrückt, so daß er aus dem entfernten ein naher wird; und rückt er gar in  $F$ ,  $S$  oder  $P$ , so flieht der Schnittpunkt ins Unendliche (nach den obigen und nach III). Wenn aber die Grenzfälle gegeben sind, sind es auch die Zwischenstufen, so daß, wenn der Punkt sich jenseits von  $F$ ,  $S$  oder  $P$  befindet, der Schnittpunkt der Strahlen innerhalb des Unendlichen fällt, daß er indessen fern ist, solange der sichtbare Gegenstand sich sehr nahe befindet, und umgekehrt, wenn der sichtbare Gegenstand in die Ferne rückt, so nähert sich in dem Grade der Schnittpunkt bis zu  $F$ ,  $S$  oder  $P$  selbst: und endlich (XXXVIII), wenn die Linse auf beiden Seiten konvex ist, und der leuchtende Punkt den Abstand des Durchmessers von der Linse hat, so liegt auch der Schnittpunkt in der Entfernung des Durchmessers, während die Strahlen innerhalb der Linse parallel sind<sup>15</sup>).

### Die Wirkungen der Linse an sich.

XLII. Definition. Da jedwede Konvexlinse die Strahlen eines leuchtenden Punktes nach einem

bestimmten Punkt zwingt, welcher weiter vom Zentrum absteht, wenn der leuchtende Punkt nahe, als wenn er fern ist (nach XLI): so wollen wir unter Brennpunkt schlechtweg ohne jeden Zusatz denjenigen Punkt verstehen, zu welchem gezwungen werden, und in welchem sich schneiden die Strahlen eines sehr fernen Punktes, also parallele Strahlen<sup>12)</sup>.

XLIII. Aufgabe. Sichtbare Gegenstände sollen mittels einer Konvexlinse auf einer weißen Wand abgebildet werden.

Das einzige Fensterchen einer dunklen Kammer sei durch eine Konvexlinse eingenommen. Im Vereinigungspunkt werde ein Papier aufgestellt. Denn ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes wird auf dem Papier mit allen Strahlen, welche er gegen die Linse sendet, wieder ungefähr in einem Punkte zusammengezogen. Die sichtbaren Gegenstände bestehen aber aus unendlich vielen Punkten. [17] Es werden also unzählige solche Punkte auf dem Papier abgebildet, d. h. die gesamte Oberfläche des sichtbaren Gegenstandes.

XLIV. Lehrsatz. Das durch die Linse erzeugte Bild ist umgekehrt.

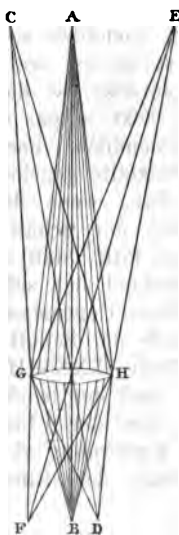
Denn die Linse ist die Basis, auf der beiderseits die beiden Strahlenkegel stehen, von denen der eine seinen Scheitel in einem Punkte des Gegenstandes, der andere in einem Punkte des Bildes auf dem Papier hat<sup>16)</sup>.

XLV. Definition. Solch ein Zweigespann wollen wir im folgenden ein Strahlenbündel nennen.

Die Bündel aller Punkte laufen in der Linse wie in einer gemeinschaftlichen Basis der Kegel zusammen und fahren nach Durchsetzung der Linse wieder auseinander; dabei gelangen sie nach entgegengesetzten Richtungen. In der Figur 11

sind drei Bündel  $AB$ ,  $CD$  und  $EF$ , welche in der Konvexlinse  $GH$ , wie in einer gemeinschaftlichen Basis zusammenlaufen.

Fig. 11.



**XLVI. Lehrsatz.** Wie sich der Durchmesser des Bildes zu dessen Abstand von der Linse verhält, so verhält sich auch ungefähr der Durchmesser des Gegenstandes zu dessen Abstand von der Linse. Denn die Achsen der Bündel (die Geraden, welche gezogen sind von einem Punkt des Gegenstandes zu dem entsprechenden des Bildes) schneiden sich alle gegenseitig nahezu in einem Punkt, welcher dicht an dem Centrum der Linse liegt. [18] Daher gehören zu gleichen Winkeln an der Spitze (Euclid I, 15) auch Grundlinien, die proportional beiden Schenkeln sind (Euclid VI, 4).

**XLVII. Aufgabe.** Den Halbmesser der Konvexität durch ein abgekürztes Verfahren zu finden, wenn die Linse beiderseits gleiche Konvexität hat.

Man bringe das Papier in diejenige Entfernung, in der sich ferne Gegenstände am deutlichsten abbilden. Dann (nach XLIII) wird das Papier sich im Brennpunkt befinden; deshalb wird es um den Halbmesser der Konvexität von der Linse bestehen.

**XLVIII. Aufgabe.** Dasselbe zu finden, wenn die Linse auf der einen Seite konvex, auf der anderen plan ist.

Kehre die plane Seite der Linse nach dem fernen Gegenstand, und zwar senkrecht zu ihm, so daß die Strahlen rechtwinklig auffallen und nicht gebrochen werden. Und das Papier halte dorthin, wo der Gegenstand deutlich abgebildet wird. Es wird sich dann das Papier im Schnittpunkt befinden (nach XLIII) und zwar fast genau im Abstand des Durchmessers der Konvexität hinter der Linse (nach XXXV)<sup>17)</sup>.

**XLIX. Aufgabe.** Den Durchmesser der Konvexität einer beiderseits gleich konvexen Linse mittels eines nahe gelegenen Gegenstandes zu messen.

Man bringe die Linse genau senkrecht in die Mitte zwischen Papier und Gegenstand und vermehre oder vermindere die Entfernung beider von der Linse immer in gleichem Maße, bis die Abbildung auf dem Papier am deutlichsten wird.

Denn wenn sich der Gegenstand auf dem Papier abbildet, so muß das Papier im Schnittpunkte der vom Punkt des Gegenstandes ausfahrenden Strahlen sich befinden (nach XLIII). Da aber Gegenstand und Papier sich in gleichen Entfernungen von der Linse befinden, so müssen die Strahlen innerhalb des

Linsenkörpers selbst parallel sein. Denn wenn sie nicht parallel wären, so würde kein Teil eines Strahls (außer dem innersten, senkrecht durch die Mitte der Linse gezogenen) in die beiderseitigen Oberflächen unter gleicher Neigung einfallen und also auch nicht gleiche Brechung erlangen (XVIII); er würde deshalb auch nicht auf beiden Seiten der Linse in gleichem Abstand mit dem senkrechten sich schneiden. [19] Da sie mithin innerhalb des Linsenkörpers parallel sind, so muß auch der Schnittpunkt um einen Durchmesser der Linse entfernt sein (XXXV).

L. Aufgabe. Mittels einer beiderseits gleich konvexen Linse Feuer zu machen.

Man halte die Linse senkrecht zu den Sonnenstrahlen und bringe Brennstoff in den Schnittpunkt. Derselbe wird einen Halbmesser der Konvexität entfernt sein, weil die Strahlen vom Mittelpunkt der Sonne parallel sind.

LI. Aufgabe. Dasselbe zu tun mit einer plankonvexen Linse.

Dies geschieht in einer Entfernung hinter der Linse von ungefähr einem Durchmesser der Konvexität (nach XXXV).

LII. Nachts bei Vorhandensein eines hellen Sternes mittels einer Konvexlinse Schrift so zu beleuchten, daß sie gelesen werden kann.

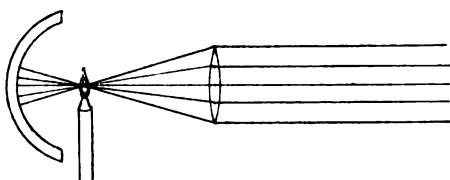
Der Stern muß senkrecht auf die Linse strahlen. Das Papier mit der zu entziffernden Schrift muß hinter der Linse sein. Ist die Linse beiderseits gleich konvex, so muß die Entfernung einen Halbmesser betragen (nach XLIII und XXXIX); ist sie auf einer Seite eben, einen Durchmesser (nach XXXV); Sind aber die Konvexitäten ungleich, so wird die Entfernung größer sein als der Halbmesser der kleineren, aber kleiner als deren Durchmesser.

LIII. Aufgabe. Nachts mit einer Konvexlinse möglichst weit hinaus Licht zu werfen.

Das Licht befinde sich [Fig. 12] hinter der Linse im Schnittpunkt der parallelen Strahlen. Daher werden die Strahlen des Lichts divergent auf die Linse auffallen und nach der Brechung parallel austreten (34, 35, 39, 40). [20] Es empfiehlt sich, das Licht in die Mitte eines Hohlspiegels zu bringen, damit auch die abgewendeten Strahlen in das Licht zurückgebogen werden und durch dasselbe hindurch auf die Linse übergelien. Entfernt man aber das Licht von der Linse, so wird jenes Maximum der Beleuchtung aus dem

Unendlichen näher an die Linse rücken; auf diese Weise kann man den Ort der Beleuchtung ändern und jeden beliebig weit bestehenden Ort erleuchten (XLI).

Fig. 12.



LIV. Aufgabe. Die Entfernung eines sichtbaren Gegenstandes mit einer beiderseits gleichen Konvexlinse von einer einzigen Stelle aus zu messen.

Wird nämlich der sichtbare Gegenstand abgezeichnet in einem Abstand des Papiers von der Linse, welcher größer ist als der Durchmesser der Konvexität, so muß der sichtbare Gegenstand näher sein als der Durchmesser der Konvexität. Dann wenn das Papier einen Durchmesser absteht, so wird auch der Gegenstand einen Durchmesser ab sein (XXXV). Deshalb muß auch, wenn das Papier nur weniger als der Durchmesser entfernt ist, der Gegenstand weiter als einen Durchmesser entfernt sein (XLI). Endlich, wenn das Papier eine vollkommene Abbildung zeigt bei einer Entfernung von einem Halbmesser der bekannten Konvexität, so wird der Gegenstand weit entfernt sein, so daß er mittels der Abbildung nicht mehr gemessen werden kann (XXXIX).

LV. Aufgabe. Dasselbe mit einer konvexen Linse auf eine andere Weise zu leisten, wenn die Größe des sichtbaren Gegenstandes bekannt ist.

Dies geschieht nach XLVI. Denn es verhält sich die bekannte Größe des Gegenstandes zu seiner Entfernung von der Linse, wie die Größe des Bildes zu seinem Abstände von der Linse.

LVI. Anmerkung. J.-Baptiste Porta macht sich anheischig, mittels einer Brennlinse bis ins Unendliche hinein eine Brennwirkung auszuüben. Was er von einem Spiegel behauptet, das, glauben andere, gelte in Wahrheit von einer Konvexlinse. Wem man auch



folgen mag, man wird Unmögliches beginnen. Die optische Wissenschaft steht dem entgegen.

Erstens ist die Brennwirkung eine Folge des Schnittes der Strahlen. Dieser Schnitt ist ein Punkt, keine Linie. Zweitens: wenn die Verbrennung bis ins Unendliche geschähe, dann müßte sie auch schon an der Oberfläche der Linse geschehen, von wo sie ausgeht, wodurch die Linse zerstört würde. Drittens: wenn der Strahl die Fähigkeit zu zünden annimmt, so tut er dies durch Sammlung vieler Strahlen in einen. Dies ist aber unmöglich. [21] Jeder einzelne Strahl fällt nämlich auch auf einen einzelnen Punkt. Aber an jeder Oberfläche erleidet ein einzelner Strahl auch nur eine einzige Brechung, welcher Strahl auch immer durch diesen Punkt hindurchgehen mag. Hinter diesem Punkt befindet sich daher auch immer nur ein einziger Strahl, nicht etwa viele unter sich unabhängige, von verschiedenen Neigungen herrührende, aber durch Brechung zu einem einzigen vereinigte. Doch darüber weiter unten mehr, wo ich konkave mit konvexen Linsen in Verbindung treten lassen werde<sup>18)</sup>.

Soviel über die Konvexlinse und ihre Anwendungen, abgesehen vom Auge. Und nun über jene Anwendungen, in denen sie zur Verbesserung des Sehens dient. Vorher aber über das Sehen selbst.

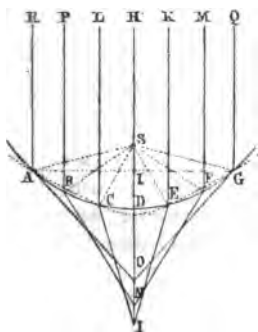
LVII. Physikalischer Grundsatz. Die Strahlen, welche durch die Mitten der Pupille und der Augenflüssigkeiten gehen [Sehlinien], sind in der natürlichen Ruhestellung der Augen parallel, sie biegen sich aber freiwillig zusammen bei Betrachtung von näher gelegenen Gegenständen.

LVIII. Definition. Das Sehen ist scharf, wenn die Einzelheiten eines Gegenstandes auf das deutlichste hervortreten und zur Betrachtung gelangen; verschwommen, wenn zwar größere Objekte erkennbar werden, die Einzelheiten aber verborgen bleiben, gewissermaßen unkenntlich und verwischt werden durch ihre gegenseitigen undeutlichen Grenzen. Das Sehen ist kräftig, oder hell, wenn der Gegenstand gleichsam in vielem Lichte erscheint; schwach, oder matt, wenn der Gegenstand in einem schwachen Lichte erscheint, wie z. B. bei einer Sonnenfinsternis oder bei Mondschein.

**LIX. Lehrsatz.** Die Oberfläche eines dichten Mediums, welche parallel in diesem Körper verlaufende Strahlen bei der Austrittsbrechung vollkommen nach einem Punkte konvergent macht, ist nahezu hyperbolisch.

$ABCDEFGG$  [Fig. 13] sei ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt  $H$ , und die Senkrechte  $HD$  sei genügend verlängert. Zu ihr parallel sind  $RA$ ,  $PB$ ,  $LC$ ,  $KE$ ,  $MF$ ,  $QG$ .

Fig. 13.



[22] Wenn alle Brechungen der Incidenz proportional wären, so würden nach der Brechung alle [vor-  
lem] Parallelen nach einem und demselben Punkte konvergieren, z. B. nach  $I$  (zufolge XXXV. Da sie aber (nach XII) nicht proportional sind, sondern bei großen Neigungen unverhältnismäßig wachsen, so schneiden sich deshalb zwar  $LC$  und  $KE$  in  $I$ , aber die nächstliegenden  $PB$  und  $MF$  schneiden sich tiefer in  $N$  und die äußerst gelegenen  $RA$  und  $QG$  noch näher in  $O$ .

Wenn daher die Punkte  $O$ ,  $N$ ,  $I$  zusammenfallen sollen in  $V$ , so müßten die Refraktionen in  $AG$  geringer, in  $CE$  größer gemacht werden. Geringer aber wird die Refraktion in  $A$  und  $F$  sein, wenn dort die Neigung von  $RA$  und  $QG$  zur Oberfläche geringer ist, größer wird sie in  $C$  und  $E$  werden, wenn die Neigung von  $LC$  und  $KE$  größer ist.

Kleiner wird aber die Neigung  $RA$  zu  $AB$ , wenn  $AB$  mit dem Endpunkt  $B$  dem Punkt  $R$  selbst näher rückt. Dies geschieht, wenn wir eine Oberfläche annehmen, die die kreisförmige Oberfläche  $ABC$  in  $A$  schneidet, indem sie höher liegt als  $ABC$ . Wenn diese  $BCD$  wieder in  $C$  schneidet, so wird die Neigung von  $LC$  zu ihr größer sein [als die von  $LC$  zu dem ursprünglichen Bogen  $BC$ ]. Ebenso auch in  $E$ ,  $G$ . Es schneidet also die neue Linie die alte in vier Punkten. Dasselbe tut auch die Hyperbel, nicht aber die Ellipse. Denn die Ellipse schneidet einen Kreisbogen, der kleiner als ein Halbkreis ist, nur in zwei Punkten. Die Parabel aber, obwohl sie dasselbe tut, gleicht doch nicht der gesuchten Oberfläche aus folgendem Grunde. Denn sie akkommodiert sich

keinem bestimmten Winkel. Die gesuchte Oberfläche muß sich aber einem bestimmten Winkel akkommodieren, welcher  $96^\circ$  ist. Denn die höchste Refraktion ist  $48^\circ$  und das Doppelte davon  $96^\circ$ : nach IX<sup>19</sup>).

LX. Lehrsatz. Die Kristallfeuchtigkeit des Auges stellt eine konvexe Linse von hyperbolischer Gestalt vor, während die mit geistigem Stoff angefüllte Netzhaut hinter der kristallinen Feuchtigkeit [gleichsam] an Stelle des Papiers steht. Auf ihr bildet sich das Sichtbare mit wirklicher Zeichnung ab. [23] Daß die kristallene Feuchtigkeit eine außerordentlich durchsichtige Linse sei, beweist die Erfahrung der Anatomen. Daß ihre Begrenzung auch auf der hinteren Seite hyperbolisch ist, und daß die Netzhaut rund herum oder wie in einem hohlen Bogen von allen Seiten her um das Kristallene in einer bestimmten Entfernung ausgespannt, und daß sie außerdem die weißbrötliche Farbe des Papiers habe, bezeugen ebendieselben.

Aus dem Gesagten geht hervor (XLIII), daß eine Abbildung der sichtbaren Dinge auf der Netzhaut zustande kommt, und (LIX) weil es sich um eine annähernd hyperbolische Form handelt, so geschieht dies offenbar zur Erzielung vollkommener und reiner Zuspitzung der Lichtbündel, und es wird hierdurch eine vollkommen scharfe Abbildung erreicht.

LXI. Lehrsatz. Das Sehen ist eine Gefühlstätigkeit der gereizten und mit Sehgeist erfüllten Netzhaut; oder auch: Sehen heißt die Reizung der Netzhaut fühlen, soweit sie gereizt wird.

Die Netzhaut wird bemalt von den farbigen Strahlen der sichtbaren Welt. Diese Bemalung oder Illustrierung ist mit einer nicht bloß oberflächlichen Veränderung der Netzhaut verknüpft, wie etwa die Kreide auf einer Wand entlang fährt, oder das Licht über sie hinuschlitt, sondern mit einer qualitativen, in die Substanz und den Sehstoff eindringenden. Dies leite ich aus der Natur des Lichtes her, das, wenn es stark und konzentriert ist, eine Brennwirkung ausübt (L). Besteht nun dasselbe Verhältnis zwischen der äußerst geringen Lichtmenge, die auf die Netzhaut gelangt, und dem außerordentlich fein verteilten geistigen Stoff in der Netzhaut, wie außen in der Luft zwischen dem konzentrierten, brennenden Licht und der dichten Körperlichkeit der brennbaren Stoffe, dann folgt daraus

für die Netzhaut eine ebensolche eindringende Tätigkeit des geringen Lichtquantums und eine Veränderung innerhalb der Netzhaut und des geistigen Stoffes, wie außen eine Brennwirkung des Lichtes (als Ursache) und eine Zerstörung des brennbaren Stoffes (als Wirkung). Ich verweise ferner auf die Erfahrung. Augen, die angestrengt auf ein starkes Licht sehen, werden so sehr beeinflusst, daß sie, auch nachdem sie sich von dem angeschauten Lichtglanz abgewendet haben, dessen Bild zurückbehalten und bisweilen ziemlich lange mit sich herum tragen. Jene Abbildung auf der Netzhaut ist also eine in die Tiefe dringende Veränderung. Aber diese Abbildung schließt noch nicht den ganzen Sehakt ab, sondern ein Bild der so veränderten Netzhaut geht auf ununterbrochenem geistigen Strome in das Gehirn über und wird dort an den Sitz des Seelenvermögens abgeliefert. Dies geschieht folgendermaßen <sup>20)</sup>.

[24] Wie jedes äußere Gefühl durch Aufnahme und Eindruck, d. i. Veränderung, vor sich geht, da dem, was fühlt, ein Bild des äußeren Gegenstandes eingedrückt wird — eine Veränderung, die wir Gefühl nennen —, so existiert auch drinnen im Gehirn irgend etwas, was wir Sinneszentrum nennen. Diesem wird ein Abbild des veränderten Sehinstrumentes übermittelt, wie es eben durch die Einwirkung des vom gesehenen Gegenstande ausgehenden Lichtes bemalt wurde. Was also außerhalb des Sitzes des Sinneszentrums an dem Sinneswerkzeug geschieht, das wird als eine Art immateriellen Abbildes von dem affizierten oder bemalten Sinnesinstrument abgelöst, nach dem Sitz des Sinneszentrums hinübergeleitet und diesem gemeinschaftlichen Gefühlssitz eingedrückt. Aber die Art und Weise dieses Eindruckes ist verborgen; auch kann nicht mit Sicherheit behauptet werden, ob dies Abbild auf dem Wege der sich kreuzenden Sehnerven hineingetragen werde. Denn eine andere Bestimmung dieser Nerven scheint einleuchtender, nämlich, daß sie den geistigen Sehstoff aus beiden Hirnhälften jedem Auge zuführen. Sie sind deswegen gekreuzt, damit nicht, wenn der eine Hirnbogen verletzt oder derjenige Nerv verlegt ist, der aus ihm hervorgeht, sogleich auch das andere Auge des Sehstoffes beraubt werde. Da also die Sehnerven offenbar schon diese Bestimmung haben, so ist es nicht klar, ob sie auch noch darüber hinaus zur Fortleitung des Bildes des gereizten Instrumentes nach dem Inneren des Gehirns dienen, oder ob es nicht vielmehr irgendwelche andere geistige Stoffe

geben mag, von feinerer Konstitution als jener in der Retina verstreute mehr körperliche Stoff, welche eines materiellen Weges nicht bedürfen, sondern frei durch den ganzen Körper hindurchgehen, die Reizungen der Glieder aufnehmen und jener Fähigkeit des Gehirns, die Sinneszentrum genannt wird, mitteilen. Es ist auch möglich, daß das Bild des gereizten Sinneswerkzeugs von der Netzhaut nach dem Gehirn zwar auf dem Wege des Sehnerven hinübergeleitet wird, doch nicht soweit dies ein körperlicher Weg ist, sondern soweit dieser Weg vom gemeinsamen Sinneszentrum bis zum Sehnerven [Netzhaut] mit geistigem Stoff erfüllt ist, und daß dieses kontinuierliche Vorhandensein eines geistigen Stoffes die Ursache der Überleitung des Reizes vom Auge nach dem Gehirn ist: wie auch in einem stehenden Gewässer die Bewegung, welche ein hineingeworfener Stein verursacht, bis an die Ufer fortgepflanzt wird, solange die Oberfläche des stehenden Gewässers nämlich nicht unterbrochen wird.

Man kann auch sagen, wie die Sonne mit geradlinigen, leuchtenden Strahlen alles erhellt, so erleuchte die Seelenfähigkeit im Gehirn mittels geistiger, nach jeder Richtung hin biegbarer Strahlen die Instrumente [Sinnesorgane], aber nur so lange, als die Strahlen nicht unterbrochen werden. [25] Denn wie uns die durchsichtigste Luft nichts nützt, wenn etwas Dunkles zwischen uns und die Sonne tritt, so wird auch dann der geistige Stoff nichts nützen, der die Retina umgibt, wenn oberhalb im Kopfe aus irgend einer Ursache jener kontinuierliche geistige Strom unterbrochen wird. Daher jenes plötzliche Auslöschen des Lichtes in Krankheitsfällen, welches nicht durch Rückfluß des geistigen Stoffes, sondern von seiner Unterbrechung und Wegnahme durch Abschnürung, Verstopfung oder Abschneiden des Weges herrührt.

Soviel über die sekundäre Veränderung, die das gemeinsame Sinneszentrum betrifft, hervorgerufen durch das primäre Bild des gereizten Sinnesorgans als seines Objektes.

LXII. Lehrsatz. Werden beide Netzhäute in gleicher Weise gereizt, so glauben wir ein einziges Bild zu sehen; werden aber die beiden Netzhäute in ungleicher Weise gereizt oder bemalt, so erscheinen uns die Gegenstände doppelt statt einfach.

Denn das Gesamtbewußtsein hat keine Empfindung von dem ungereizten Sinnesorgan. Oder, wenn eine solche vorhanden ist, so bleibt sie sich immer gleich und ist deshalb ungeeignet, eine neue Empfindung hervorzurufen. Aber das gereizte

Organ macht sich sofort im Gesamtbewußtsein bemerklich (nach LXI).

Sind die Augen in gleicher Weise gereizt, so wird auch in gleicher Eindruck oder eine gleiche Veränderung von seiten der beiden gereizten Augen im Sinneszentrum sich geltend machen, das doch ein und dasselbe ist. Denn die Spuren, um mich so auszudrücken, welche das rechte Auge durch seine Reizung dem Sinneszentrum eindrückt, drückt auch das linke durch die seinige ein: soweit es darauf ankommt, eine neue Empfindung im Gehirn zu bewirken. Der zweite Teil der Behauptung folgt aus LXI. Denn wenn das Sehen ein Gewahrwerden des gereizten Instrumentes ist, wie es gereizt wird: und wenn zwei Gebilde da sind, von denen jedes in besonderer Weise gereizt wird, so werden auch zwei Eindrücke im Sinneszentrum entstehen und auf diese Weise zwei Empfindungen derselben Sache. Es dient daher die Kreuzung der Sehnerven nicht im Gehirn nicht dazu, die Einheit eines mit beiden Augen gesehenen Gegenstandes zu erkennen. Dem steht nämlich auch der Umstand entgegen, daß jene zwar immer gekreuzt sind, wir aber keineswegs immer einen Gegenstand zu sehen scheinen, obwohl wir mit jedem von beiden Augen einen sehen.

[26] LXIII. Lehrsatz. Es ist nicht möglich, daß die Netzhaut, welche stets denselben Platz im Auge behält, sowohl von nahen als von fernen Gegenständen scharfe Bilder erhält<sup>21)</sup>.

Denn nach XLI schneiden sich die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen näher hinter der Linse als die von einem nahen. Nun sahen wir aus XLIII, daß im Punkt der Vereinigung ein scharfes Bild entsteht, deshalb muß die Abbildung außerhalb des Schnittpunktes verschwommen und auch nach X das Sehen undeutlich sein. Und so ist da, wo sich Nahegelegenes scharf abbildet, unmöglich der Schnittpunkt der von fernen Gegenständen ausgehenden Strahlen, sondern dort fallen die Bilder fern gelegener Gegenstände verschwommen aus und umgekehrt. Daraus folgt, daß wir bei derjenigen Lage der Netzhaut in bezug auf die Kristalllinse, in welcher wir Fernes scharf, Nahes verschwommen sehen.

LXIV. Lehrsatz. Es gibt Menschen, welche Fernes scharf, Nahes verschwommen sehen. Aristoteles nennt sie *μεσαστρας* [Alterssichtige]. Andere sehen Nahes deutlich, Fernes undeutlich, welche Aristoteles Myopen

nennt. Es gibt aber auch solche, die Nahes und Fernes verschwommen, und wiederum solche, die beides deutlich sehen.

Dieser Lehrsatz gehört in die Physiologie und fast in die Medizin. Diejenigen, die beides zugleich verschwommen sehen, haben eine Augenkrankheit, sie sind blöde oder nahezu blind. Dies *παθος* [Leiden] folgt aus einer fehlerhaften Bildung des Auges.

Diejenigen, welche fern und nah gleich deutlich sehen, haben nicht bloß ein gesundes, sondern auch ein in bezug auf die Form veränderliches Auge. Denn da (nach LXIII) die Netzhaut in ein und derselben Lage, nicht zugleich von nahen und fernen Gegenständen scharfe Bilder erhalten kann und doch bei den Menschen, welche nah und fern deutlich sehen, gleich scharfe Bilder erhält (nach LX und LXI), so muß die Netzhaut in bezug auf die kristallene Feuchtigkeit oder die kristallene Feuchtigkeit in bezug auf die Netzhaut eine Ortsveränderung machen. Und es ist wahrscheinlich, daß ein gesundes, kräftiges und jugendliches Auge, wie es vorn eine deutliche natürliche Bewegung in der Pupille hat, die sich zusammenzieht bei starkem Licht und sich erweitert bei geringem, so auch hinten in der Netzhaut hinter dem kristallinen dieselbe Fähigkeit habe, so daß es den Augapfel [im Äquator] erweitert, wodurch der Augengrund sich dem Kristallinen nähert, wenn Fernes gesehen werden soll: umgekehrt schnürt es sich im Äquator ein, damit der Hintergrund zurückweiche, wenn Nahes ins Auge gefaßt werden soll. [27] Oder der Sitz dieser natürlichen Bewegung ist vielleicht eher in jener spinnwebartigen Haut, welche die Linse der kristallinen Feuchtigkeit in ihrem Zentrum festhält und dieselbe ringsherum durch schwarze strahlige Ausläufer mit der Uvea verbindet. Denn jene schwarzen Strahlen, Ziliarfortsätze genannt, scheinen deshalb so kammförmig angeordnet zu sein, damit jeder von ihnen für sich allein gleichsam als besonderer Muskel wirken könne. Sobald diese alle sich gleichzeitig in sich zurückziehen und auf diese Weise kurz werden, verengert sich diese Art von Diaphragma des Auges, indem die seitlichen Teile des Auges zusammengezogen werden, und bewirkt, daß die Gestalt des Auges etwas länglich oder ellipsoidisch wird, sobald der Augengrund, d. i. die Höhlung der Netzhaut, vor der kristallinen Feuchtigkeit zurücktritt. Verschmälern sich hingegen die Ziliarfortsätze in der spinnwebigen Haut, und verlängern sie sich

adurch, so erweitert sich der um die Seiten des Auges gelegte Kreis, und das Auge nimmt mehr eine Linsengestalt an, indem der Fundus der Netzhaut näher an das Kristallene heranrückt, unter Beihilfe derselben Uvea, welche die Pupille schmürt und erweitert. Zu diesem Behuf sind die Feuchtigkeit des Auges mit Ausnahme der kristallinen flüssig und können zusammengedrückt werden. Diejenigen aber, welche nur Nahes oder nur Fernes deutlich sehen können, haben ein zwar gesundes, aber bereits sich härtendes, [einseitig] gewöhntes reichsam gealtertes Auge. Es ist nämlich durchaus falsch, daß nur Greise das Nahe nicht deutlich sehen und nur junge Leute das Ferne. Beides kommt bei beiden vor, je nach der körperlichen Beanlagung und den Übungen der Jugendzeit. Dann der, welcher von Jugend auf der Jagd, der Vogelstellerei, der Schifffahrt und dem Reisen obliegt, gewöhnt sein Auge an das Fernliegende; aber weil er dazwischen immer wieder Führung aufnehmen und mit Menschen verhandeln muß, so bleibt sein Auge auch in der Übung des Nahesehens. Mit der Zeit wird die Übung aber schwächer, und so kommt es, daß in allgemeinen die, welche in der Jugend an keinerlei Augenfehler leiden, im Alter nur das Weite deutlich sehen. Es ist nämlich viel natürlicher, die Augen parallel zu halten, als sie auf Nahegelegenes konvergieren zu lassen (nach LVII). Im Alter aber ermüdet das Auge, so daß es lieber die natürliche Augenrichtung beibehält und dasjenige vernachlässigt, was nur mit Anstrengung gesehen wird. Aber dieses Übel tritt bei ihnen meist erst im späten Alter auf. Hingegen, wer von Jugend auf eine sitzende Lebensweise im Hause führt, sei es des Studiums oder eines feineren Handwerkes wegen, der gewöhnt sich bald an das Nahe und bleibt auch mit zunehmendem Alter dabei, so daß er mehr und mehr untauglich zum Sehen in die Ferne wird.

[28] Es gibt aber auch unter der ersten Gruppe mehr zum Trunke geneigte, schläfrige, müssige und grüblerische, welche häufig die Beachtung der vor den Füßen und unter den Händen befindlichen Dinge vernachlässigen. Deren Augen nehmen so viel als möglich die Parallelstellung an, in welcher nur das Ferne deutlich gesehen wird. Der anderen Art gehören hingegen Menschen an, welche eher nüchtern, wachsam, fleißig und achtsam auf das Gegenwärtige sind. So sind jene im allgemeinen von hoher Gestalt, weil ihr Blick mehr vom Boden abgewendet in die Weite gerichtet ist, diese bleiben mehr



im Wachstum zurück; doch trifft dies nicht immer zu. Da es ist fraglos, daß die individuelle Beschaffenheit auch bemitspricht\*).

LXV. Lehrsatz. Es ist unmöglich, daß ein scharf Sehen zustande kommt, wenn die Strahlen eines leuchtenden Punktes irgendwie konvergent auf das Auge fallen.

Denn jedes Auge ist so eingerichtet, daß es entweder fern Gelegenes oder nahe Gelegenes deutlich sieht. Fern Gelegenes strahlt gleichsam *παράλληλως* (nach XXIII). Nahe Gelegenes entsendet divergierende Strahlen ins Auge (nach XXIV). Ein deutlich sichtbarer Punkt strahlt in der Weise aus, daß seine Strahlen, wenn sie aufs Auge fallen, konvergieren.

---

\*) Auf der anatomischen Tafel 49 des berühmten Felix Plater ist unter Nummer X die Abbildung der spinnegewebigen Haut zu sehen, in deren Mitte die kristallne Feuchtigkeit suspendiert ist, deren besondere Abbildung unter Nummer XIII gegeben ist (Lage im Auge Nummer I), bei litera *a*, wo die Strahlen der spinnegewebigen Haut dargestellt werden durch *kk*. Die Enden *s* der Strahlen, welche unter Nr. X von einem Kreise umgeben sind, mögen innen mit der Haut der Uvea zusammenlaufend gedacht werden. Ebenso sieht man unter Nr. VII jene Haut umgestrichen und bei den Buchstaben *o, o* die Reste jener von der Uvea abgerissenen Strahlen. Ebendasselbst zeigt der Buchstabe *n* die Pupille an. Da nun also diese Haut und die besagten Strahlen der spinnegewebigen von derselben Substanz sind und demselben Körper angehören, ununterbrochen ineinander übergehen und dieselbe schwarze Färbung haben, so ist es sehr wahrscheinlich, daß beider Bewegung von gleicher Natur sei. Es ist aber natürlicher Zusammenschluß der Teile um *n* vorhanden oder vielmehr gekehrt eine Erweiterung. Deshalb scheint auch dies natürlich zu sein, daß die Strahlen unter Nr. X sich zuweilen in sich zurückziehen und sich verkürzen, und daß auf diese Weise der Kreis, der sie umgibt samt dessen Ansätzen unter Nr. VII bei *o, o* verengert, und daß zugleich das Kristallne in *o, o* vom Grunde entfernt werde. Wenn sich im Gegensatz dazu die Strahlen unter Nr. X in die Länge dehnen, was durch das Dünnwerden der Netzhaut geschieht, so wird der Kreis, der ihre äußersten Enden umschließt und unter Nr. VII die Reste der abgerissenen Strahlen vorstellt, über *o, o* erweitert. Auf diese Weise geschieht es, durch die Erweiterung des Kreises *o, o* der Grund *p* näher hergezogen wird an das Kristallne, welches in der Mitte des Kreises aufgehängt ist.

Eine Erklärung der übrigen Teile des Auges, die für die Haupttheorien 60 bis 64 von Nutzen sein kann, mag aus Plater dem optischen Teil meiner Astronomie, Seite 163, genommen werden.

Soweit über das Auge und das Sehen; im folgenden über die Anwendungen der Linse in bezug auf das Auge.

LXVI. Optischer Grundsatz. Ein Gegenstand von bekannter Entfernung, aber unbekannter Größe erscheint, wenn man ihn unvermutet erblickt, unter einem großen Gesichtswinkel groß, unter einem kleinen klein.

Dies wird gezeigt in XIX. der Optik.

LXVII. Optischer Grundsatz. Die Entfernungen zwischen dem Auge und einem sehr kleinen Gegenstande verhalten sich umgekehrt wie die Gesichtswinkel: d. h. je weiter ein Gegenstand fortrückt, unter um so kleinerem Winkel wird er gesehen.

[29] LXVIII. Ein Gegenstand von bekannter Größe und unbekannter Entfernung, z. B. das Gesicht eines erwachsenen Menschen, scheint, unvermutet mit einem Auge erblickt, nahe zu sein, wenn er unter einem großen Gesichtswinkel erscheint, fern unter kleinem (nach LXVII).

Beweis umgekehrt wie vorher. Es darf aber [wirklich] nur mit einem Auge gesehen werden, weil die Zweiheit und der [gegenseitige] Abstand der Augen (ebenso wie die Bewegungen des Kopfes, wodurch wir gewissermaßen mehrere voneinander entfernte Augen ersetzen) die unbekannte Entfernung eines Gegenstandes, wenn sie in einem gewissen Verhältnis steht, richtig schätzen läßt.

LXIX. Alles Fernliegende scheint den gleichen Abstand von uns zu haben, weil wir ihn nicht kennen. Da wir aber wissen, daß er sehr groß ist, so ist er uns wenigstens relativ bekannt (z. B. fassen wir den Himmel als eine einzige Fläche auf, auf der wir uns alle Sterne vorstellen ohne Rücksicht auf die verschiedenen Entfernungen). So halten wir Entferntes von unbekannter Größe, unter größerem Gesichtswinkel gesehen, für größer, unter kleinerem für kleiner, und zwar absolut.

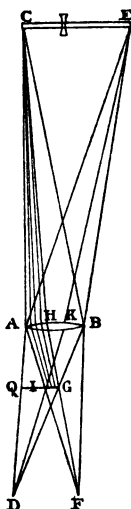
Nach LXVI.

Aus demselben Grunde halten wir auch den Mond, sobald sein Gesichtswinkel durch irgendwelche Ursache gewachsen ist, selbst für größer geworden, weil wir über die Entfernung des Mondes nichts wissen, als daß er immer an demselben Himmel steht, unter welchem Winkel er auch gesehen werden möge.

LXX. Lehrsatz. Durch Konvexlinsen sieht das Auge den Gegenstand in seiner richtigen Lage, d. i. aufrecht, wenn es sich noch innerhalb der Schnittweite in der Nähe des Schnittpunktes der von einem Objektpunkte ausgehenden Strahlen befindet<sup>22)</sup>.

$AB$  [Fig. 14] sei eine Linse, und das Objekt  $CE$  nicht mehr ein bloßer Punkt, sondern ein Gegenstand.  $C$  und  $E$

Fig. 14.



seien dessen äußerste Punkte. Von  $C$  geht das Strahlenbündel  $CBF$ ,  $CHF$ ,  $CAF$  usw. aus. Der Schnittpunkt ist  $F$ . Ebenso geht von  $E$  das Bündel  $EBD$ ,  $EKD$ ,  $EAL$  usw. aus. Der Schnittpunkt sei  $D$ . [30] Das Auge befinde sich in einem Ort zwischen den Schnittpunkten  $D$  und  $F$  einerseits und der Linse  $AB$  andererseits, etwa in  $IG$ . Die Größe der Pupillenöffnung sei  $IG$ . Ein daselbst befindliches Auge läßt also nicht das ganze Bündel  $EADBE$  vom Punkte  $E$  in sein Inneres eintreten, sondern nur den Teil  $EKIDGBE$ , der mit der Linse die Grenzlinie  $KB$  gemeinschaftlich hat. Andererseits läßt  $IG$  auch nicht das ganze Bündel  $CAFBC$  des Punktes  $C$  ein, sondern nur den Teil  $CAIFGHC$ , dessen Begrenzung an der Linse  $AH$  ist. Jeder Strahl zwischen  $KI$  und  $BG$  bildet den Punkt  $E$  ab; als rechts bildet sich der rechts gelegene Punkt ab. Und ebenso bildet jeder zwischen  $A$  und  $HG$  gelegene Strahl den Punkt  $C$  ab, als

links den links gelegenen. Von welcher Seite die Teile des Bündels  $AHGI$  und  $KBGI$  an das Auge  $GI$  herantreten auf der Seite befinden sich auch in Wahrheit die Spitzen des Bündels oder die gesehenen Punkte.

LXXI. Lehrsatz. Jede aufrechte Wiedergabe ferne aufrechter Gegenstände durch Konvexlinsen ist notwendigerweise verschwommen, und um so verschwommener, je weiter die Konvexlinse vom Auge entfernt ist.

Denn nach dem vorhergehenden von XXXIV bis XL werde alle von ein und demselben Punkte eines fernen Gegenstandes (z. B. vorige Figur Punkt  $C$ ) ausgehenden und bis zum Eintritt in die Konvexlinse parallelen Strahlen  $CA$ ,  $CH$  usw.

nach der Brechung durch die Linse konvergent auf das Auge **G** auffallen. Nach LXV aber kann ein Punkt unmöglich deutlich gesehen werden, von dem aus konvergente Strahlen auf das Auge auffallen. Da nun Konvergenz die Ursache der Undeutlichkeit ist, so wird größere Konvergenz auch größere Undeutlichkeit zur Folge haben. [31] Je größer aber der vom Auge aufgefangene Teil des Büschels ist, um so größer wird seine Konvergenz sein, und dies ist der Fall, je näher die Linse vom Auge abrückt. Deshalb wird auch das aufrechte Bild um so undeutlicher, je weiter die Linse abrückt.

**LXXII. Lehrsatz.** Ein aufrechtes Bild von nahen Gegenständen, durch Konvexlinsen erzeugt, erscheint den Alterssichtigen scharf.

So nennt Aristoteles diejenigen, welche Fernes scharf, Nahes undeutlich sehen, wie LXIV. Ein solcher hat, nach XIII, seine Augen an Strahlen gewöhnt, die von jedem Punkte aus parallel herkommen. Nun aber gibt es nach XXV und XXXIX einen Punkt jenseits der Linse oder des Auges von der Beschaffenheit, daß wenn ein Punkt eines nahen Gegenstandes dorthin gerückt wird, die von ihm ausgehenden Strahlen nach der Brechung durch die Linse parallel auf das Auge fallen. Jenen erscheint daher der Gegenstand durch die Konvexlinse deutlich.

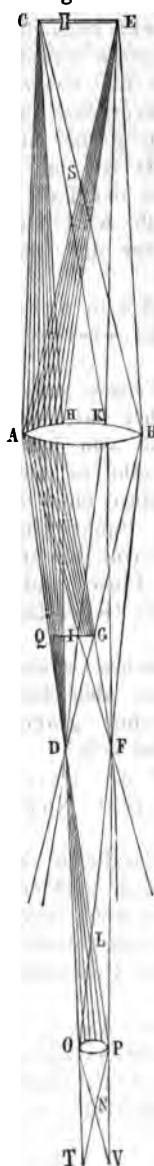
Und dabei ist zu bemerken, daß diese Versuchsanordnung die Umrisse der Dinge scharf umgrenzt. Die Natur aber übersteigt diese Grenzen nach beiden Seiten ohne größere Mäßigung des Sehens, nur darf es nicht zu viel sein <sup>23</sup>).

**LXXIII. Lehrsatz.** Ein im Schnittpunkt der Parallelen [Brennpunkt] befindliches Auge sieht Nahegelegenes noch aufrecht <sup>24</sup>).

Denn wenn das Auge im Schnittpunkt der Parallelen sich befindet (d. h. also der Strahlen, welche von einem weit entfernten Punkte kommen, nach XXIII), so steht es noch innerhalb vom Schnittpunkt der von einem nahen Punkt ausgehenden Strahlen, nach XLI. Deshalb wird nach LXX der Gegenstand noch aufrecht zur Darstellung kommen.

**LXXIV. Lehrsatz.** Befindet sich das Auge im Schnittpunkt der von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, so sieht es den strahlenden Punkt durch die Linse hindurch nicht deutlich, sondern von allen am undeutlichsten.

Fig. 15.



[32] Denn die von einem Punkt ausfahrenden Strahlen konvergieren nach der Brechung durch die Linse nach dem Schnittpunkt. Befindet sich nun das Auge in Schnittpunkt, so konvergieren sie nach dem Auge hin. Aber nach LXXV ist in diesem Falle der Ausgangspunkt und der Ursprung nicht deutlich zu sehen. Da in jenem Punkt die größtmögliche Konvergenz aller durch die Linse gegangenen Strahlen herrscht, muß dort auch die allergrößte Undeutlichkeit sein.

LXXV. Lehrsatz. Befindet sich das Auge außerhalb des Schnittpunktes der von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, so sieht es die einzelnen Punkte des Gegenstandes durch die Konvexlinse in umgekehrter Reihenfolge.

Ich behaupte nicht, daß es in jeder Entfernung von dem Vereinigungspunkte der von einem einzelnen Punkt ausgehenden Strahlen den ganzen sichtbaren Gegenstand umgekehrt sähe; denn um einen großen Teil des sichtbaren Gegenstandes zu erblicken bedarf es einer großen Entfernung. Ich behaupte vielmehr, daß die Umkehrung jenes sichtbaren Gegenstandes gewöhnlich auf dem Durchgang durch den Vereinigungspunkt der Strahlen eines bestimmten sichtbaren Gegenstandes folge.

Es befindet sich nämlich in Fig. 15 das Auge nicht in  $IG$  innerhalb der Punkte oder  $F$  der Vereinigung, sondern in  $OP$  außerhalb dieser Punkte, und zwar in so weiten Abständen, daß der ganze Gegenstand  $C$  gesehen werden kann: wenn  $AD$  als äußerster links gelegener Strahl des rechts liegenden Punktes  $E$ , und  $BP$  als äußerster rechts liegender Strahl des links gelegenen Punktes  $C$  bis zum Schnittpunkt (welcher sei) und darüber hinaus verlängert worden

ist. Die Pupille des Auges  $OP$  befinde sich jenseits dieses Schnittpunktes.

Daher bestrahlt der rechts gelegene Punkt  $E$  mittels des Strahles  $EADLP$  und der ihm benachbarten Strahlen (die auf die linke Seite der Linse von  $A$  bis  $H$  fallen, nach der Brechung [33] sich in  $D$  schneiden und von da aus wieder in der Richtung nach dem Auge zu divergieren) von der rechten Seite  $A$  der Linse her das Auge  $OP$ . Dahingegen bestrahlt der links gelegene Punkt  $C$  das Auge in  $OP$  mittels des Strahles  $CBFO$  und den benachbarten Strahlen bis einschließlich  $K$ , welche sich in  $F$  schneiden und dann (nach XIX) wieder divergieren nach dem Auge  $OP$ ; und so kommt es, daß der links gelegene Punkt  $C$  des Gegenstandes von der rechten Seite  $BK$  der Linse herstrahlt. Da aber das Auge nicht merkt, was mit den Strahlen an der Linse vorgeht, sondern glaubt, jeder Teil des sichtbaren Gegenstandes befinde sich in der Richtung, von welcher aus die Strahlen in das Auge eintreten, nach XIX, so erscheint der gesehene Gegenstand  $CE$  dem Auge umgekehrt.

LXXVI. Lehrsatz. Der Punkt der Umkehr, d. i. derjenige, in welchem sich je zwei Linien, von je zwei Punkten des Gegenstandes nach dem Mittelpunkt des Auges gezogen, schneiden, dieser Punkt, behauptet man, liegt zwischen dem Gegenstand und der Linse.

Der Beweis, daß die rechten Teile der Linse den linken Teilen des sichtbaren Gegenstandes entsprechen und umgekehrt, ergibt sich wie oben in LXXV. Eine Kreuzung der Lichtstrahlen findet nicht zwischen Auge und Linse statt, sondern zwischen Linse und Gegenstand. Was aber von den ganzen Lichtbündeln gilt, das muß notwendig von ihren Mittellinien gelten, welche in das Zentrum der Pupille einfallen, und ebenso auch von denen, welche den Rand der Pupille berühren, wie sich in Fig. 15  $EADLP$  und  $CBFLO$  im Punkt  $P$  schneiden, und in  $P$  und  $O$  den Rand der Pupille berühren. Der Schnitt in  $L$  aber bildet einen Teil der Kreuzung der Strahlen  $ODP$  und  $OPF$  in  $OP$ , die hier nicht mehr in Betracht kommt, weil sie oben (Lehrs. LXX) die Lage des Gegenstandes nicht umkehrte. Es handelte sich um die Bündel  $ACHG$  und  $IKEBG$ .

LXXVII. Lehrsatz. Das Auge des Alterssichtigen sieht von den durch Konvexlinsen umgekehrten Gegenständen fast nichts deutlich.

Denn der Alterssichtige hat (nach LXIV) sein Auge auf parallele Strahlung von fernen Punkten eingewöhnt und ist deshalb ungeeignet, deutlich zu sehen, wenn die Strahlen von einem Punkte aus merklich divergieren. [34] Bei der Umkehr des Gegenstandes entsenden alle seine Punkte Strahlen, die nach der Krenzung  $DF$  wieder divergieren in der Richtung nach dem Auge  $OP$  (XXI), nämlich  $DO$  und  $DP$  einerseits und  $FO$  und  $OP$  andererseits. Das Auge des Alterssichtigen sieht also in  $OP$  nicht deutlich, es müßte denn sein, daß das Verhältnis des Pupillendurchmessers zur Entfernung  $DO$  aufhört, ein merkliches und angemessenes zu sein, dergestalt, daß die Strahlen  $DO$  und  $DP$  fast parallel werden.

LXXVIII. Lehrsatz. Das Auge des Kurzsichtigen sieht jeden Gegenstand, sei er nah oder fern, wenn er durch eine Konvexlinse umgekehrt wird, deutlich in einer gewissen Entfernung des Auges vom Schnittpunkt der Strahlen, welche von einem Punkt jenes Gegenstandes ausgehen.

Kurzsichtige sind nach Aristoteles diejenigen, welche nahe Dinge deutlich sehen, ferne aber undeutlich. Wie bei Lehrsatz LXIV.

Ihre Augen sind also gewöhnt an Strahlen, welche von einem Punkt aus merklich divergieren. Die Umkehrung fällt (nach LXXV) außerhalb des Schnittpunktes. Nach XXI aber gehen Strahlen von dem leuchtenden Punkt divergent nach der Linse  $KB$ , konvergieren nach deren Durchsetzung nach dem Schnittpunkt  $F$  und divergieren wieder nach dessen Überschreitung gegen das Auge  $OP$  hin. Sie eignen sich also für dieses Auge zum deutlichen Sehen jenes Punktes  $C$ . Ich meine [sie eignen sich] in einem bestimmten Abstände von  $DF$ , den Kreuzungen der Büschel des zu betrachtenden Gegenstandes. Denn die Fähigkeiten der verschiedenen [kurzsichtigen] Augen werden unterschieden an den größeren oder geringeren Divergenzen (nach LXIV). Die Divergenz ist aber geringer bei einer größeren Entfernung der Pupille  $OP$  von den Schnitten in  $DF$ ; weil der Winkel  $ODP$  oder  $OFD$  kleiner wird, wenn die Basis  $OP$  dieselbe bleibt, aber die Schenkel  $OD$ ,  $PD$  wachsen. So hat jedes Auge eine bestimmte günstige Entfernung vom Schnitt in  $D$ ,  $F^{25}$ ).

LXXIX. Lehrsatz. Eine einzige konvexe Oberfläche von kleinem Radius kommt genau gleich den zwei

zweien Oberflächen einer Linse mit doppelt so großen Radien.

35].  $AB$  [Fig. 16] sei eine Konvexlinse von beiderseits gleichen Kreisen  $ADB$  und  $ACB$ , deren Mittelpunkte  $F$  und  $G$  sind.

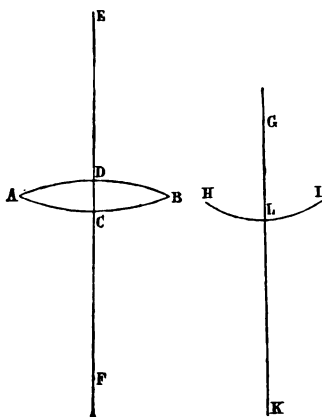
Dann ist nach XXXIX. der Schnittpunkt  $F$ . Es werde eine Hälfte von  $DF$  oder  $CE$  genommen, und dies sei  $GL$ .

Nun um  $G$  als Mittelpunkt mit der Zirkelöffnung  $GL$  Kreis  $HLI$  beschrieben, der einzig und allein die Wirkung bewirke an den aus der Richtung des Zentrums  $G$  fallenden parallelen Strahlen.

Die Gerade  $GL$  werde bis  $K$  verlängert,  $LK$  sei doppelt so groß als  $GL$  und infolgedessen gleich  $DF$ .

Dann laufen nach XXXV die Strahlen parallel, nachdem sie in  $L$ ,  $I$  gebrochen wurden, und kommen zusammen. Die eine

Fig. 16.



konvexe Oberfläche  $HLI$  von kleinem Radius leistet dasselbe, wie die zwei von doppelt so großem Radius  $B$ ; weil der Schnittpunkt in beiden Fällen gleich weit von dem dichten Körper entfernt ist, da ja  $DF$  und  $LK$  gleich

XXX. Lehrsatz. Jedes aufrechte Bild, welches eine konvexe Linse von einem Gegenstand entwirft, ist notwendigerweise größer als der Gegenstand selbst. Wenn nach Umkehrung von LXX befindet sich das Auge,

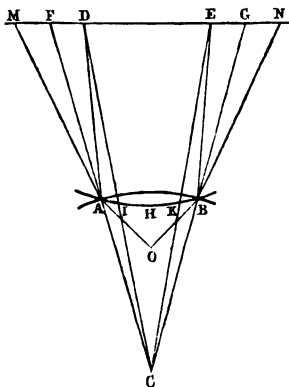
das Bild aufrecht ist, in der Nähe des Schnittpunktes von einem Punkte des Gegenstandes kommenden Strahlen, so findet keine Kreuzung der Strahlenbündel oder Linien, von den Punkten des Gegenstandes ausgehen und in die des Auges treten, zwischen dem Auge und dem Gegenstand statt (nach LXXVI). Es sei also [in Fig. 17]  $AB$  die Linse,  $C$  das Auge und  $DE$  der Gegenstand. Da nun mehrere Punkte des Gegenstandes in Betracht kommen, so wird von jedem einzelnen Linien, die von diesen einzelnen Punkten zum Zentrum des Auges oder umgekehrt gehen, entweder eine davon senkrecht zur Linse sein, oder keine. Deshalb



werden entweder alle an der Linse gebrochen werden oder alle außer einer (nach X).

[36] Aber nach LXXIX leisten zwei konvexe Flächen an einer Linse dasselbe, wie eine einzige, die die Wirkung beider in sich vereinigt. Damit

Fig. 17.



nun hierbei nicht die doppelte Konvexität verwirrt, so nehmen wir nur eine Konvexität an, welchen beiden von  $AHB$  gleich kommt. Verbindet man jetzt die Punkte  $D$  und  $E$  mit  $C$  durch gerade Linien, welche die dicke Konvexlinse in  $I$  und  $K$  schneiden, so geht aus dem Gesagten hervor, daß diese nicht die zukünftigen Sehstrahlen der Punkte  $D$  und  $E$  sind, da sie geradlinig bleiben: die optischen Gesetze verlangen aber, daß  $CI$  an der Oberfläche in  $I$  sich von  $ID$  ab- und der Senkrechten im Punkte  $I$  zuwendet, wodurch es

einwärts von  $D$  und  $B$  nach  $E$  zu fällt; ebenso wird  $CK$  nach der Brechung nicht durch  $KE$  fortgesetzt, sondern einwärts von  $KE$  nach  $D$  hin fallen. Und so umfassen denn die Linien  $CI$  und  $CK$  und der Winkel  $ICK$ , unter welchem der Gegenstand  $DE$  ohne die Linse hätte gesehen werden können, infolge der Dazwischenkunft der Linse nicht den ganzen Gegenstand, sondern etwas weniger, und dieses hat die scheinbare Größe des ganzen Gegenstandes  $DE$ .

Damit das ganze  $DE$  umfaßt werde, ist es notwendig, daß vom Auge weiter nach außen gelegene Linien kommen, als  $CI$  und  $CK$  sind, z. B.  $CA$  und  $CB$ . Diese werden daher, wenn sie genügend von  $CI$  und  $CK$  abstehen, nach der Brechung in  $A$  und  $D$  den Gegenstand  $DE$  umfassen, so daß  $CAD$  und  $CBE$  die Sehstrahlen sind. Da nun der Winkel  $ACB$  größer ist als  $ICK$ , unter welchem der Gegenstand ohne Linse gesehen würde: so muß der Gegenstand  $DE$  für größer gehalten werden, als er ist (nach LXVIII). Denn nach XIX. weiß das Auge nicht, was mit den Strahlen  $CA$  und  $CB$  beim Durchgange in  $A, B$  vorgeht, und glaubt, sie setzten sich geradlinig fort, als wären sie  $CAF$  und  $CBG$ , wobei die scheinbare Größe  $FG$  größer ist als  $DE$ .

**LXXXI. Lehrsatz.** Je weiter das Auge von der Konvexlinse entfernt nach dem Schnittpunkt zu steht, einen desto kleineren Teil des Gesichtsfeldes erblickt es durch die Linse, und um so kleiner schätzt es diesen Teil.

[37] Denn da sowohl die Linse, als was durch sie auf beiden Seiten unter demselben Gesichtswinkel gesehen wird (und zwar unter einem kleineren, wenn die Linse entfernt steht, als wenn sie nahe ist), so folgt, daß der gesehene Teil kleiner geschätzt wird, wenn die Linse weiter fortgerückt ist (nach LXVII). Aber auch in Wirklichkeit wird durch die entferntere Linse ein kleinerer Teil überblickt. Es sei nämlich in der vorigen Figur 17 die Linse  $AB$  weiter von dem Auge  $C$  als von dem Auge  $O$  entfernt und von  $O$  aus die Geraden nach  $A$  und  $B$  gezogen. Da nun  $OA$  und  $OB$  mehr nach innen liegen als  $CA$  und  $CB$ , so werden die zugehörigen gebrochenen Strahlen, nachdem sie sich in  $A$  und  $B$  überkreuzt haben, mehr nach außen liegen (nach XI). Der zu  $OA$  gehörige gebrochene Strahl  $AM$  liege mehr nach außen, und der zu  $OB$  gehörige gebrochene Strahl  $BN$  liege auch mehr nach außen. Dann werden offenbar die von dem nahen Auge herkommenden gebrochenen Strahlen  $AM$  und  $AN$  einen größeren Teil des Gesichtsfeldes umfassen und die von dem ferner gelegenen Auge  $C$  herkommenden gebrochenen Strahlen  $AD$  und  $BE$  einen kleineren Teil. Dieses wird noch um vieles augenscheinlicher, wenn bei derselben Neigung der gebrochenen Strahlen die Augen  $O$  und  $C$  in eins zusammenfallen, die Linse aber verschiedene Lagen einnimmt.

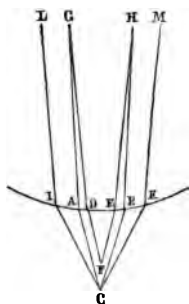
**LXXXII. Lehrsatz.** Fixiert ein Auge einen fernen Gegenstand durch eine nahe davorgehaltene [konvexe] Linse, so scheint der Gegenstand größer zu werden, wenn sich das Auge von der Linse in der Richtung nach dem Schnittpunkt zu entfernt.

Diese Behauptung scheint der vorigen zu widersprechen und erfordert deswegen eine Erklärung. Man bedenke, daß alle durch eine fern gehaltene Linse gesehenen Gegenstände in ihrer Gesamtheit unter einem kleineren Gesichtswinkel gesehen werden, nach LXXXI. Aber die einzelnen Gegenstände, abwechselnd durch nah und weit gehaltene Linse betrachtet, erscheinen durch die weit gehaltene Linse unter größerem Gesichtswinkel. Denn der Winkel, unter dem die ganze Linse gesehen wird, und der Winkel, unter welchem ein Gegenstand

durch einen Teil der Linse gesehen wird, verhalten sich ganz verschieden. Jener wird nämlich kleiner, dieser größer, wenn die Linse weiter abgehalten wird, und mit ihm vergrößert sich auch der Linsenteil, durch welchen der Gegenstand erblickt wird, zuerst so, daß er den Gegenstand umfaßt, und dann so, daß er denselben größer darstellt; dergestalt, daß das Auge, wenn es in den Schnittpunkt selbst rückt, in dem ganzen Umfange der Linse einen einzigen Punkt des Gegenstandes erblickt, der nahe am Auge gesehen wurde, doch einen kleineren oder jedenfalls nicht größeren Teil der Linse als die Pupille des Auges ausmacht<sup>26</sup>).

[38] Und nun zum Beweise: Es sei, wie oben nach LXXIX, das [Brechungs]vermögen der beiderseits konvexen Linse [Fig. 18] vereinigt in der einen Oberfläche  $AB$  des dichten Körpers, welcher sich bis zu dem Gegenstande erstreckt. Diese Oberfläche sei dem Auge zugekehrt. Das Auge möge seinen Standpunkt nehmen einmal im nahen Punkte  $F$  und das andere

Fig. 18.



Mal im entfernteren  $C$ . Auf der Oberfläche  $AB$  mögen sich die Punkte  $D, E$  befinden, zu denen vom nahen Auge  $F$  die Linien  $FD$  und  $FE$  gezogen werden, die den Winkel  $DFE$  umschließen. Durch diesen Winkel und diese Linien werde der Gegenstand umfaßt. Ich behaupte, daß das entferntere Auge  $C$  einen größeren Winkel brauche, um den Gegenstand falls er ein fernegelegener ist, zu umfassen.

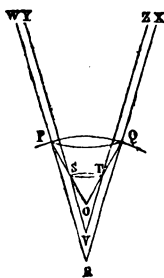
Man ziehe von  $D, E$  die zugehöriger gebrochenen Strahlen  $DG$  und  $EH$  bis zum Gegenstand. Wenn nun jener entfernte Gegenstand nicht unter größeren Winkel von  $C$  aus gesehen wird, so mag er unter dem gleichen gesehen werden, und man ziehe die zu  $FD$  und  $FE$  Parallelen  $CA$  und  $CB$ , so daß Winkel  $ACI$  und  $DFE$  gleich sind. Da  $CA$  und  $CB$  stärker zur Oberfläche  $AB$  geneigt sind als  $FD$  und  $FE$ , so werden auch  $CA$  und  $CB$  stärker gebrochen werden als  $FD$  und  $FE$ , nach X. Darum werden die zu  $CA$  und  $CB$  gehörigen gebrochenen Strahlen sich mit den zu  $FD$  und  $FE$  gehörigen gebrochenen jeder auf seiner Seite schneiden (sowohl deshalb als auch nach XXXIV), weil  $CA$  und  $FD$  parallel sind, ebenso wie  $CI$  und  $FE$ . Sie mögen sich also schneiden, und zwar mögen di

Schnittpunkte  $G$  und  $H$  sein. Zu  $CA$  und  $CB$  mögen die gebrochenen Strahlen  $AG$  und  $DH$  gehören. Da angenommen wurde, der Gegenstand erscheine unter dem Winkel  $ACB$ , so wird er gesehen und umfaßt werden durch die gebrochenen Strahlen  $AG$  und  $BH$ . Er wird aber auch gesehen und umfaßt durch die gebrochenen Strahlen  $DG$  und  $EH$ . [39] Deshalb müssen die Endpunkte des Gegenstandes notwendig  $G$  und  $H$  sein. Und deshalb würde der Gegenstand nicht fern, sondern nahe sein, was gegen die Annahme verstößt. Es wird mithin das in  $C$  befindliche Auge diesen Gegenstand nicht mittels der Strahlen  $CA$  und  $CB$  und unter dem Winkel  $ACB$  ( $= DFE$ ), sondern mit mehr nach außen gelegenen Linien, z. B.  $CI$  und  $CK$  und unter dem Winkel  $ICK$  ( $> ACB$  oder  $DFE$ ) sehen: so daß die zu  $CI$  und  $CK$  gehörigen gebrochenen Strahlen  $IL$  und  $KM$  nahezu parallel zu  $DG$  und  $EH$  zur Umfassung der Endpunkte des fernen Gegenstandes ausgehen können.

**LXXXIII. Lehrsatz.** Sieht ein Auge nacheinander durch zwei verschiedene Konvexlinsen nach einem fernegelegenen Gegenstand, so erscheint er von derselben Größe, wenn die Abstände jeder Linse vom Auge sich verhalten wie die Durchmesser der Konvexität einer jeden. Ist aber das Verhältniß anders, so wird das Auge den Gegenstand durch diejenige Linse größer sehen, deren Abstand im Verhältniß größer war<sup>27)</sup>.

In Fig. 19 sei  $O$  das Auge,  $PQ$  die große Linse, um den Mittelpunkt  $R$  beschrieben. Die Punkte  $P$  und  $Q$  werden verbunden mit  $O$ , und in den Punkten  $ST$  dieser Linien befinde sich die kleinere Linse  $ST$ . Durch  $S$  und  $T$  ziehe man, parallel zu  $PR$  und  $QR$ ,  $SV$  und  $TV$ . Ihr Schnittpunkt  $V$  sei der Mittelpunkt der [Konvexität der] kleineren Linse. Es werde ferner  $OP$  und  $OQ$  in  $PW$  und  $QX$  gebrochen.

Fig. 19.



Da  $VS$  und  $RP$  parallel sind, und ebenso  $VT$  und  $RQ$ , so werden die sie schneidenden Geraden  $OP$  und  $OQ$  gleiche Winkel bilden,  $OPR = OSV$  und ebenso  $OQR = OTV$ . Aber auch  $VTS$  und  $RQP$  sind gleich, als gebildet von den Linsen und deren Halbmessern: und deshalb werden auch

$OTS$  und  $OQP$  gleich sein, weil Gleiches abgezogen wurde. Daher hat  $OT$  zu Linse  $TS$  und  $OQ$  zu Linse  $QP$  dieselbe Neigung. [40] Deshalb werden auch die Refraktionen beiderseits gleich sein. Von  $S$  und  $T$  an werden die gebrochenen Strahlen — sie mögen  $SY$  und  $TZ$  heißen — zu  $PW$  und  $QX$  parallel sein, daher werden sie für den Augenschein denselben Gegenstand (nach XXIII) unter demselben Winkel  $POQ$  oder  $SOT$  umfassen; deshalb wird er für gleich groß gehalten werden (nach LXVI). Es verhält sich aber der Halbmesser  $PR$  der Linse  $PQ$  zu ihrem Abstand vom Auge  $PO$ , wie der Halbmesser  $VS$  der Linse  $ST$  zu ihrem Abstand vom Auge  $SO$  und umgekehrt. Der erste Teil der Behauptung ist also bewiesen. Nun zum zweiten.

Ich behaupte, wenn das Verhältniß der Abstände und das Verhältniß der Halbmesser ungleich ist, wenn z. B. das Auge  $O$  von der Linse  $ST$  den Abstand  $SO$  hat, das Auge  $V$  von der Linse  $PQ$  aber den Abstand  $PV$ , daß dann die Gegenstände durch die Linse  $PQ$ , deren Abstand vom Auge  $V$  größer ist im Verhältniß zum Halbmesser  $PR$ , größer erscheinen, als der Abstand  $SO$  der Linse  $ST$  vom Auge  $O$ , und zwar im Verhältniß zum Halbmesser  $SV$ : weil sich  $OS$  zu  $SV$  verhält, wie  $OP$  zu  $PR$ ,  $OP$  aber kürzer ist als  $VP$ .

Denn nach LXXXII würden durch die Linse in der Lage  $PQ$  dem Auge  $V$  die Gegenstände größer erscheinen, als dem Auge  $O$ . Aber, wie bisher bewiesen wurde, erscheinen dem Auge  $O$  die Gegenstände in dieser Anordnung durch die Linsen  $ST$  und  $PQ$  gleich groß. Deshalb erscheinen die Gegenstände dem Auge  $V$  durch die Linse  $PQ$  größer als dem Auge  $O$  durch die Linse  $ST$ .

LXXXIV. Lehrsatz. Je weiter sich das Auge nach außen vom Schnittpunkt entfernt, um so kleiner sieht es die umgekehrten Gegenstände.

Der Beweis für diese Behauptung ergibt sich durch Erklärung und Vergleichung mit dem vorhergehenden. Beginnen wir mit der Umkehr von XXXVII, und setzen wir das Auge für den strahlenden Punkt, was erlaubt ist (nach III). Wenn das Auge der Linse so nahe ist, so divergieren diejenigen seiner Strahlen, die durch die Linse gehen, auch nach der Brechung in der Richtung auf den Gegenstand, und der Gegenstand erscheint aufrecht, was in Lehrsatz LXX. bewiesen wurde. Rückt aber das Auge etwas weiter ab, so werden die Gegenstände größer (nach LXXXII), obwohl sich ihre

sah vermindert (nach LXXXI). Kommt das Auge dann noch  
 näher an den Schnittpunkt, so werden seine Strahlen durch  
 den Eintritt in die Linse parallel, nach der Umkehr von XXXV.  
 Rückt man das Auge noch um ein geringes weiter von  
 der Linse ab, so bekommen alle Strahlen des Auges nach der  
 Brechung durch die Linse die Tendenz, sich zu schneiden, an-  
 statt hinter dem Gegenstand [wenn man sie hinreichend ver-  
 längern würde], dann in einem einzigen Punkt des fernen Gegen-  
 standes. Und dann wird von dem ganzen Gegenstand nur  
 ein einziger Punkt gesehen, und zwar so groß wie die Linse  
 ist, aber ganz verschwommen. Geht man noch ein wenig  
 weiter von der Linse mit dem Auge fort, so verläßt der  
 Schnittpunkt jener aus dem Auge kommenden und durch die  
 Linse gebrochenen Strahlen oder Linien den Gegenstand und  
 tritt auf die Linse zu. Da die zusammenlaufenden Strahlen  
 gegenseitig schneiden und jenseits des Schnittpunktes  
 (nach XXI) sich fortsetzen, so fallen auch diese aus dem Auge  
 kommenden und durch die Linse hindurch gezogenen Linien  
 jenseits ihres Schnittpunktes in umgekehrter Reihenfolge auf  
 den Gegenstand auf (nach LXXVI) und umfassen zunächst  
 einen ganz kleinen, dem Schnittpunkt zunächst gelegenen  
 Theil des Gegenstandes; und dann beginnt der Gegenstand an  
 und an seiner Teile umgekehrt zu erscheinen, was in LXXV.  
 gesehen ist. Entfernt sich nun das Auge immer mehr und  
 weiter, so rückt jener Schnittpunkt mehr und mehr an die Linse  
 heran (nach XLI), und der Winkel des Schnittes wird größer,  
 er umfaßt mehr von den Gegenständen umfassend, bis endlich der  
 Winkel des Auges sehr groß geworden ist; dann fallen die  
 Strahlen aus seinem Zentrum nahezu parallel auf die Linse, und  
 schneiden sich in einem gewissen und bestimmten Punkt  
 jenseits der Linse (wie in Lehrsatz XXXIV). So groß also  
 der Fig. 8 Winkel  $BFD$  ist, so viel von der Halbkugel [Ge-  
 gesfeld] wird umgekehrt gesehen. Denn wenn  $BF$  und  $DF$   
 weiter gehen, schneiden sie sich wieder und fallen so auf  
 die Gegenstände. Immer aber bleibt von jener Umkehrung  
 der Gegenstand ausgenommen, welcher sich näher befindet  
 als der Schnittpunkt der aus dem Mittelpunkt des Auges  
 kommenden und an der Linse vorbeigehenden Linien. Daher  
 kann es sich ereignen, daß bei ein und derselben Lage des  
 Auges einige ferne Gegenstände umgekehrt, andere nahe auf-  
 recht gesehen werden. Nach diesen Feststellungen erscheint  
 nun die Linse (nach LXVII) unter einem um so kleineren

Winkel, je weiter vom Auge sie absteht, und mit ihr alles das, was durch sie hindurch umgekehrt gesehen wird. Dann aber wird mit dem Abrücken der Linse vom Auge immer mehr von der sichtbaren Halbkugel<sup>28)</sup> in sie aufgenommen, wie schon entwickelt worden ist. Es wird also das Bild eines größeren Gegenstandes, der in seiner ganzen Ausdehnung überblickt wird, bei geringerer Entfernung des Auges kleiner als das eines kleineren bei näherem Abstände. [42] Deshalb wird aus doppeltem Grunde das einzelne der umgekehrten Gegenstände ebenfalls kleiner, wenn die Linse dem Auge ferner ist.

LXXXV. Aufgabe. Mittels einer Konvexlinse die Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, aber verkehrt und verkleinert.

Das Auge werde hinter den Schnittpunkt gebracht in einer Entfernung, die seiner Fähigkeit entspricht. Denn (nach LXXIX) wird der Kurzsichtige deutlich sehen, aber (nach LXXXV) umgekehrt und (nach LXXXIV) verkleinert: je nachdem das Auge eine gewisse Entfernung zum Deutlichsehen erfordert.

Bis hierher über die Konvexlinse für sich. Nun über zwei miteinander verbundene Konvexlinsen.

LXXXVI. Aufgabe. Durch zwei Konvexlinsen eine Vergrößerung des Gegenstandes bei vollkommener Deutlichkeit herbeizuführen, aber in umgekehrter Lage.

Zwei Konvexlinsen seien in bezug auf das Auge so angeordnet, daß die entferntere für sich allein ein umgekehrtes Bild für das Auge liefert, aber kein deutliches, daß aber das Auge der Linse näher ist, als der Punkt, in welchem ein scharfes Bild hergestellt wird, nach LXXVIII<sup>29)</sup>. Wie wenn in Fig. 15 die Divergenz der von einem Punkt ausgehenden Strahlen  $DO$  und  $DP$  und der von ihnen eingeschlossene Winkel  $ODP$  zu groß wären für das Auge, und das Auge in  $OP$  sich nach außen von den Schnittpunkten  $D$  und  $F$  befände. Nun werde [Fig. 20] eine nähere Linse zwischen die frühere und das Auge so eingeschaltet, daß das Auge sich nach innen von deren Schnittpunkt befindet, wie wenn das Auge sich in  $GI$  befände (in Fig. 14). Unter solchen Umständen wird das Auge durch diese Linse allein aufrecht, aber verschwommen sehen: indessen aus dem entgegengesetzten Grunde wie in Lehrsatz LXXI. Weil nun die Divergenz von

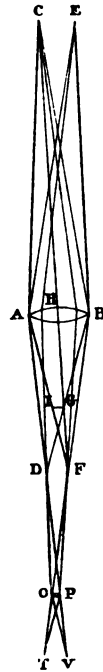
fernten Linse her zu groß ist, so wird die entgegen-  
 e Konvergenz von der näheren jene allzugroße Divergenz  
 chen, dergestalt, daß sie dadurch korrigiert wird und  
 ert an das Auge herankommt zur Herstellung eines  
 n Sehens.

] Und weil das Bild des Gegenstandes durch die eine  
 umgekehrt wurde, die nähere Linse aber nicht das von  
 umkehrt, was sie von der entfernteren  
 gt, sondern so, wie sie es empfängt, dem  
 ibermittelt aus dem, was hinter ihr liegt  
 ipfängt aber ein Bild, welches umgekehrt  
 Ansehung des Gegenstandes), so über-  
 sie auch dieses umgekehrte Bild [des  
 andes] dem Auge umgekehrt hinsichtlich  
 egenstandes.

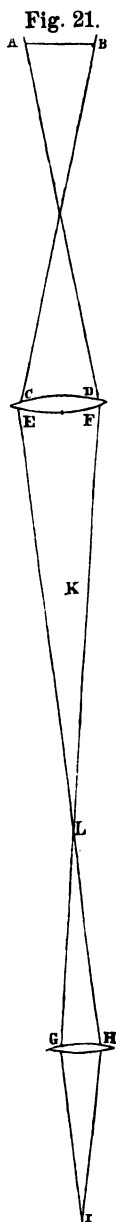
d weil das umgekehrte Bild selbst in der  
 des Schnittpunktes größer erscheint als  
 egenstand selbst, wenn es weiter ab,  
 roß, und noch weiter ab kleiner (nach  
 [V]), so wird unser so umgekehrtes Bild,  
 m es durch die nähere Linse vergrößert  
 den beiden ersten Fällen unter allen Um-  
 i größer ausfallen als der Gegenstand,  
 ten Fall aber entweder größer, gleich oder  
 , je nachdem das Verhältnis der Linsen  
 sich ist, welches im Belieben des Ver-  
 rs liegt: in jedem Fall aber größer als das  
 elches die dem Auge nächststehende Linse  
 r entfernteren erhalten hatte (nach LXXX).  
 nmerkung von Frisch: In dieser Auf-  
 st die Konstruktion desjenigen Fernrohrs  
 en, welches wir seit der Zeit Keplers das  
 mische oder Keplersche nennen. Kepler  
 thlößt von allen Hilfsmitteln, ein derartiges  
 hr nicht gemacht. Der erste, welcher das Keplersche  
 m mechanisch löste, scheint P. Scheiner gewesen zu sein,  
 r in der »Rosa Ursina« (ed. Bracciani a. 1630) mitteilt,  
 r sich eines solchen Fernrohrs zu astronomischen Beob-  
 agen bedient habe.]

XXVII. Aufgabe. Durch zwei Konvexlinsen die  
 istände deutlich und aufrecht, aber verkleinert  
 stellen.

Fig. 20.







Diese beiden Konvexlinsen müssen eine genügende Verschiedenheit der Konvexitäten haben. Das Auge möge also sich außerhalb der seitigen Schnittpunkte befinden, und zwar zwischen den Deutlichkeitspunkten der einen näher, dem andern entfernter, so daß man mit keinem der beiden für sich das umgekehrte Bild der Gegenstände deutlich erhält. Wenn nämlich die Linsen in dieser Anordnung zum Auge in einer und derselben Linie zusammengestellt sind, so heben die entgegengesetzten Fehler gegenseitig auf, und die Deutlichkeit wird die Folge sein.

Damit das Bild aber auch aufrecht sei, muß es zweimal umgekehrt werden. Und damit dies geschehe, muß die (dem Auge) nähere Linse von der entfernteren bis jenseits der Schnittpunkte derselben abrücken.

[44] Es sei nämlich  $AB$ , [Fig. 21] der Gegenstand,  $CDEF$  die von dem Auge entfernte Linse.  $K$  sei der Schnittpunkt. Wenn ein Bild von  $AB$  durch diese eine Linse umgekehrt wird, so wird der Punkt, in welchem das umgekehrte Bild erscheint, jenseits von  $K$  von der Linse liegen (nach LXXV). Dieser Punkt sei  $L$ , und weil die Gestalt der Linse  $EF$  mit ihr das umgekehrte Bild von  $A$  neuem durch die zweite Linse, welche  $GH$  umgekehrt werden soll, das umgekehrte Bild des Gegenstandes  $AB$  aber durch die Linien  $AB$  und  $BCEL$  umfaßt wird: so muß die Linse jenseits von  $L$  sich befinden (nach LXXV) war aber  $L$  jenseits des Schnittpunkts der entfernten Linse  $EF$ . Daher wird die zweite Linse noch viel weiter über deren Schnittpunkt  $K$  hinausgebracht werden, so daß die Linien  $ELG$ , welche von den Endpunkten des Gegenstandes herkommen, nach ihrer Brechung in  $G$  und  $H$  endlich wieder zusammengehen und nach dem Auge in  $I$  gelenkt werden.

Endlich ist dieses Bild kleiner als der Gegenstand. Denn erstens wird die Figur von selbst (und von dem, was durch sie gebildet wird) umgekehrt durch die Linse  $GH$  und

als  $I$  erscheinen, aber kleiner, nach LXXXV. Nach demselben (LXXXV) wird, wenn sich das Auge in  $L$  befindet, nach der Gegenstand  $AB$  selbst, der von der Linse  $CD$  umgekehrt wurde, verhältnismäßig weniger Raum innerhalb der Linse einzunehmen scheinen, weil  $L$  nicht allzu nahe an den Punkt  $K$  selbst heranrücken darf, wenn nicht die Undeutlichkeit zu groß werden soll.  $L$  nämlich muß so nahe wie möglich dem Deutlichkeitspunkte sein, ebenso wie auch  $I$ . In jedem von beiden Fällen wird der Gegenstand  $AB$  klein abgebildet.

LXXXVIII. Aufgabe. Mittels zweier Konvexlinsen Gegenstände auf einem Papier aufrecht abzubilden.

Eine bisher ungelöste Aufgabe. Die Konvexlinsen bleiben wie in Aufgabe LXXXVII, das heißt aber so, daß die dem Papier nähere Linse sich jenseits des Schnittpunktes  $K$  befindet. [45] Denn die Büschel, welche ungefähr in der Gegend von  $K$  spitz auslaufen, erweitern sich jenseits  $K$  wiederum und divergieren wechselseitig von sich. Diese nimmt die zweite Linse in sich auf und spitzt die einzelnen nach der Brechung wiederum zu und bewirkt, daß alle unter sich konvergent werden zu einem neuen Schnitt, wonach sie wieder divergieren und auf diese Weise in ihrer ersten Anordnung mit ihren Spitzen auf das Papier auftreffen. Es geschieht nämlich in Fig. 20 nicht anders, als ob der Gegenstand  $CE$  auf das Bild  $DF$  übertragen, und als ob  $OP$  nicht mehr das Auge, sondern die zweite Linse unterhalb des Gegenstandes wäre. Wenn sich die Linse  $OP$  sehr nahe an dem Bilde  $DF$  befindet, so erfordert die Abbildung  $TV$  ein ferngehaltenes Papier und gerät groß.

LXXXIX. Aufgabe. Mittels dreier Konvexlinsen die Gegenstände aufrecht deutlich und vergrößert darzustellen.

Zwei von den Linsen und das Auge werden so angeordnet, daß geschieht, was in Aufgabe LXXXVII gesagt ist, mit einer einzigen Ausnahme, daß nämlich das Auge sich näher dem Deutlichkeitspunkte befinde und undeutlich sehe. Denn die dritte Konvexlinse, so angebracht wie in Aufgabe LXXXVI die dortige zweite, nämlich dergestalt, daß das Auge sich näher an der Linse als der Schnittpunkt befindet, wird bewirken, daß das Bild (welches zweimal umgekehrt war und jetzt aufrecht, aber dadurch kleiner wurde) wiederum vergrößert wird: Wenn aber das Verhältnis der Linsen richtig ist, so macht die Ausnahme die frühere Verkleinerung, welche die beiden allein

in LXXXVII zuwege gebracht hatten, wieder mehr als Die Deutlichkeit wird aber aus denjenigen Gründen welche angeführt wurden in Aufgabe LXXXVI.

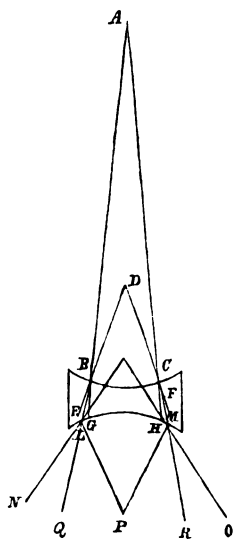
[Anmerkung von *Frisch*: Ein auf diesen Prinzipien ruhendes Fernrohr verfertigte *Chr. Scheiner* und beschreibt in dem oben angeführten Werke.]

**Bis hierher über Konvexlinsen: weiter über die kaven.**

XC. Lehrsatz. Strahlen, die von einem leuchtenden Punkt aus parallel oder divergent auf die konvexe Oberfläche eines dichteren Mediums auffallen, werden innerhalb desselben noch divergent (wenn auch der leuchtende Punkt außerhalb des Zentrums der Oberfläche liegt).

[46] Von dem leuchtenden Punkt *A*, [Fig. 22] aus die divergenten Strahlen *AB* und *AC* herabsteigen in die

Fig. 22.



konvexe Oberfläche *BC* des dichteren Mediums, deren Zentrum *D* sei innerhalb der Umfassung von *AB* und *AC* behauptet, *AB* und *AC* werden nach der Brechung in *B* und *C* um so viel stärker divergieren. Es ist nämlich vom Zentrum *D* aus die Linien *DB* und *DC* nach der Oberfläche gezogen und verlängert weiter etwa bis *E* und *F*, und es mögen *AB* und *AC* verlängert werden nach *G* und *H*. Da nun *AB* ganz nahe zu der Oberfläche des dichteren Mediums, so mag es in *B* gebrochen werden, und sein zugehöriger gebrochener Strahl wird von *BG* fort nach dem Lot (nach II), neigen und sein

In ähnlicher Weise wird auch in *C* gebrochen werden und nach der Brechung von *CH* fort nach *CI* das Lot zu neigen, so daß es *CM* wird. *DBE* und *DCF* divergieren stärker

weil sie von einem näher gelegenen Punkt *A* kommen, als *AG* und *AH* kommen, welche von einem ferner gelegenen Punkt *A* kommen, durch dieselben Punkte *B* und *C* gezogen wurden, und *BL* und *CM* an sie, die mehr divergieren, herankommen

$AG$  und  $CH$  aber, welche weniger divergieren, abrücker, also stärker divergieren als  $AB$  und  $AC$ , und zwar [schon] innerhalb des dichteren Mediums.

XCI. Lehrsatz. Wäre der leuchtende Punkt der Linse näher gewesen als das Zentrum der Kavität, so divergieren die divergenten Strahlen nach der Brechung innerhalb des dichten Mediums weniger.

Es sei nunmehr  $A$  das Zentrum des Kreises,  $D$  der leuchtende Punkt. Dann werden  $ABG$  und  $ACH$  zu Loten und  $B$  und  $DC$  zu Strahlen, welche, statt den Weg  $BE$  und  $CF$  zu verfolgen, gebrochen werden in den Punkten  $B$  und  $C$  und heranreichen an die Lote  $BG$  und  $CH$  und endigen in  $BL$  und  $CM$ , welche weniger divergieren als  $BE$  und  $CF$ .

[47] XCII. Lehrsatz.] Innerhalb des dichteren Mediums divergent an dessen konkaver Grenzfläche verlaufende Strahlen divergieren nach ihrem Austritt noch stärker.

Es mögen  $BL$  und  $CM$  divergent nach der konkaven Beugungsfläche  $LM$  verlaufen, deren Zentrum  $P$  sei, aus welchem die Lote  $PL$  und  $PM$  nach den Punkten  $L$  und  $M$  kommen mögen. Und  $BL$  und  $CM$  sollen verlängert werden nach  $Q$  und  $R$  über die Einfallspunkte  $L$  und  $M$  hinaus. Weil nun die Strahlen  $BL$  und  $CM$  innerhalb des dichten Mediums tief auf die Oberfläche  $LM$  des dünneren Mediums um  $P$  fallen, oder, was dasselbe ist, auf die Grenzfläche des dichten Mediums, in welchem sie sich befinden, so werden sie bei der Brechung abgelenkt werden von den Loten  $PL$  und  $PM$  und werden nach der Brechung nicht  $LQ$  und  $MR$  sein, sondern mehr nach außen gerichtet sein, nach II., wie  $LN$  und  $MO$ . Und da  $BLQ$  und  $CMR$  divergieren, so werden  $LN$  und  $MO$  noch stärker divergieren.

XCIII. Lehrsatz. Wenn Strahlen in ein dichtes Medium parallel eingetreten sind, werden sie nach dem Überschreiten von dessen konkaver Grenzfläche divergieren.

Es mögen [Fig. 23]  $\beta\delta$  und  $\gamma\epsilon$  parallele Strahlen sein. Zwischen ihnen kann eine senkrecht in  $\beta\gamma$  sein, die übrigen alle schief auf und werden von ihren Loten gebrochen werden, nach II., also werden  $\beta\delta$  und  $\epsilon\gamma$  ebenso nach ihrem Austritt divergieren, wie  $\beta\zeta$  und  $\gamma\eta$  vor ihrem Eintritt divergieren.

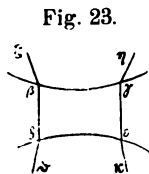
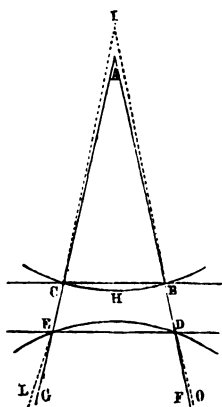


Fig. 23.

**XCIV. Lehrsatz.** Strahlen, die von einem beliebigen gelegenen Punkt auf eine beiderseits konkave Linse fallen, divergieren nach der letzten Brechung noch stärker. Dies trifft auch für eine beiderseits plane Scheibe zu.

Denn wenn dies nicht der Fall ist, so könnte es auch nicht zutreffen, wenn der strahlende Punkt nach innen vom Zentrum der Konkavität der Linse läge, weil dann nach XCI. die Divergenz innerhalb des Mediums geringer ist. Dasselbe gilt, wenn die Linse beiderseits plan ist, vollends wenn beide Bedingungen zusammentreffen. [48] Und doch ist es alsdann wahr<sup>30)</sup>.

Fig. 24.



Es sei nämlich das Parallelepipedon  $CBE$  [in Fig. 24] ein dichtes Medium, die Strahlen in ihm  $EC$  und  $DB$  seien einander zugeneigt unter den gleichen Winkeln  $CED$  und  $BDE$ : sie mögen gebrochen werden in den Punkten  $E$ ,  $B$  und  $D$ . Die zugehörigen gebrochenen Strahlen  $EG$  und  $CA$  werden nach III. parallel sein, ebenso auch  $DE$  und  $BA$ , weil  $CB$  und  $ED$  parallel sind. Die Divergenz in  $A$  und  $B$  wird daher gleich sein derjenigen in  $EG$  und  $DF$ . Es werde nun  $CB$  durch den Kreis  $CHB$  konkav gemacht. Dadurch wird die Neigung von  $EC$  zu der konkaven Fläche vermindert werden, wodurch auch die Brechung vermindert wird und so auch der obere gebrochene Strahl, d. h.  $CI$  und auf der andern Seite  $BI$ . Daher werden nunmehr weniger divergent  $IC$  und  $IB$  als  $EG$  und  $DF$ . Und noch viel weniger, wenn auch  $ED$  konkav wird, weil  $CE$  zu der neuen Oberfläche geneigter wird. Und die zugehörigen gebrochenen Strahlen werden divergenter als bisher  $EG$  und  $DF$ , etwa wie  $EL$  und  $DF$ .

**XCV. Lehrsatz.** Ferne Gegenstände werden durch eine hinreichend konkave Linse, wenn sie in einem bestimmten Punkte vor dem kurzsichtigen Auge aufgestellt ist, deutlich zur Darstellung gebracht.

Ferne Punkte strahlen parallele Strahlen aus, nach XXII. Da nun Kurzsichtige auf nahe Gegenstände eingerichtet sind, so sind sie es auf divergente Strahlen nach XXIV und sehr

ferne Gegenstände undeutlich. Aber konkave Linsen  
 en, daß parallele Strahlen divergent werden, nach XC.  
 wirken mithin, daß die Punkte, von denen die parallelen  
 n ausgehen, scharf gesehen werden. Aber  
 a jeder Lage der Konkavlinse. Denn der-  
 unkt *A* [Fig. 25] der durch die vom Auge  
 tferntere Linse *CE* Strahlen in die Pupille  
 ges *BD* sendet, benutzt nur einen kleinen  
 r Linse *CE*, weil dasjenige, was er auf  
 größeren Teil strahlt, durch allzugroße  
 nz vom Auge abirrt. Dahingegen benutzt  
 e Punkt *A* von der näheren Linse *OI*  
 größeren Teil *OI*, um Strahlen, die von *A*  
 n, in die ganze Pupille *BD* zu streuen.  
 er kleinere Teil *CE* liegt der Senkrechten  
 nach der Linse näher als der größere  
 [9] daher ist auch die Neigung der näheren  
 n *AC* und *AE* zur Oberfläche geringer  
 jene der Strahlen *AO* und *AI*, und des-  
 t auch die Brechung von *ACB* und *AED*  
 r als die von *AIB* und *AOD*, nach X.,  
 shalb ferner die Divergenz von *CB* und  
 eringer als die von *IB* und *OD*. Nun  
 er jedes Auge seinen eigenen günstigen Grad von  
 enz: also muß auch jede Linse eine besondere Lage

Fig. 25.



VI. Lehrsatz. Die Gegenstände werden durch  
 vlinen kleiner dargestellt.

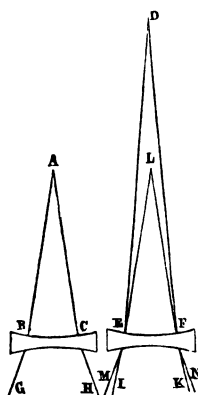
sei jetzt in der vorigen Figur 25 *BD* der Gegenstand  
 das Zentrum des Auges. Da nun die von *A* aus-  
 en Strahlen in der Linse *CE* nach auswärts gebrochen  
 , nach XCIV., so werden offenbar die Verbindungslinien  
 A einen Winkel *BAD* einschließen, unter dem der Gegen-  
 mit unbewaffnetem Auge gesehen würde, einen Winkel,  
 ößer ist als Winkel *CAE*, unter dem *DB* durch die  
*CE* hindurch erscheint (nach LXVI), also wird der Winkel  
 iner gehalten werden. Denn das Auge weiß nichts  
 m, was mit den Strahlen *AC* und *AE* in den Punkten  
*E* geschieht: und deshalb meint es, sie setzten sich  
 nig fort (nach XIX); wenn dies wirklich geschähe, so  
 sie nur einen Teil vom Gegenstand *BD* auffangen.  
 assen aber nach der Brechung den ganzen Gegenstand,

also wird das Bild des Ganzen einem Teil des Ganzen gemacht und ist darum kleiner als das Ganze selbst.

XCVII. Lehrsatz. Rückt die Konkavlinse vom Auge ab, so gelangen weniger Gegenstände d die Konkavlinse an das Auge<sup>31)</sup>.

*A* sei in Fig. 26 das Auge, *BC* die nähere Linse. *F* sei *D* das Auge und *EF* die entferntere, aber der v gleiche Linse. Die Basis *EF* ist daher gleich der Basis

Fig. 26.



die Schenkel *DE* und *DF* sind länger als die Schenkel *AB* und *AC*. Der Winkel *BAC* ist also größer als der Winkel *EDF*. Die Strahlen *n* nun gebrochen werden, und die hörigen gebrochenen Strahlen sollen *CH*, *EI* und *FK* sein, nach *X* es divergieren mithin immer *BG* un stärker als *EI* und *FK*. [50] Es nämlich *ELF* und *BAC* Dreiecke, w zur Deckung gebracht werden kö Da nun *DE* und *LE* von *D* u herabkommen nach demselben Pur des dichteren Mediums, so werden nach der Brechung in *E*, sich gegen schneiden, und *LE* wird unterhalb oberhalb zu liegen kommen: so auc unterhalb von *FN* (nach XI). Es diverg mithin *EM* und *FN* stärker als *EI* und *FK* und fangen halb auch ein größeres Stück der Halbkugel auf: aus dem Grunde fangen auch *BG* und *CH*, die von der nahen gebrochen wurden, ein größeres Stück auf als *EI* und die von der entfernten gebrochen werden.

XCVIII. Lehrsatz. Rückt die konkave Linse vom Auge ab, so werden die Gegenstände verkle dargestellt, solange sich die Linse nicht dem Ge stande näher als dem Auge befindet<sup>32)</sup>.

Denn mit dem Abrücken der Linse nimmt in gl Weise für das Gefühl die scheinbare Größe derselbe (nach LXVII). Aber sie erfährt nicht in gleicher Weise w Gegenstände, die weiter entfernt sind. Denn wiewohl sie XCVII stets weniger Gegenstände erfährt, so beträgt doch Verminderung nur einen kleinen Teil sämtlicher Gegens: wofern es sich nämlich um entfernte Gegenstände handelt,

Refraktionen bei größerer Entfernung sich so gut wie nicht ändern, ebenso wie auch die Neigungen [Figur 26] Strahlen  $LE$  und  $DE$  usw. in bezug auf die Linse  $EF$  in der Entfernung fast gar nicht geändert werden. Es kommt dessen mehr von der scheinbaren Größe als von der der durch die Linse gesehenen Gegenstände in Fort. Sie werden nämlich alle zusammen unter kleinerem gesehen, und deshalb auch der einzelne.

] Oder: Es sei [Fig. 27]  $A$  das Auge und  $ABF$  und  $ACG$  nahe Strahlen, welche den Winkel  $FAG$  einschließen; gegen die nahegelegene Linse  $BC$  und desgleichen die te  $FG$  schneiden. Sie werden also

außen in den Punkten  $B$  und  $C$  en werden, nach XCIV. Die zu-

en gebrochenen Strahlen sollen  $BE$   $D$  sein. Da nun  $AF$  und  $AG$  in nen größeren Teil der Linse um-

so wird auch die Brechung in  $FG$  sein als in  $BC$  [nach XI] und so- le aus der Brechung in  $F$  und  $G$

gehen, werden sie stärker diver- als diejenigen [Strahlen], welche in  $C$  austreten, und werden sich mit schneiden. Dies letztere möge in

$D$  geschehen, und die gebrochenen n seien  $FE$  und  $GD$ . Da also

id  $GD$  nach dem Zusammentreffen m Schnitt mehr nach außen kom- ls  $BE$  und  $CD$ , so wird auch,

chtbarer Gegenstand (mit Ausnahme eines solchen, dessen kte mit den Schnittpunkten  $E$  und  $D$  zusammenfallen)

von der nahen als fernen Linse her gleichzeitig unter ben Winkel  $BAC$  oder  $FAG$  gesehen werden. Denn

tände, die entfernter sind als  $ED$ , erscheinen kleiner die entferntere Linse  $GF$  als durch die nähere  $CB$ ,

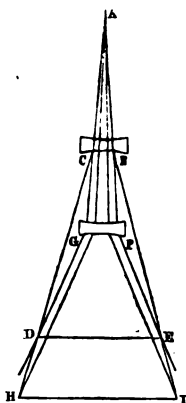
XVI; so wird z. B.  $KI$ , welches durch die von der Linse gebrochenen Strahlen  $BI$  und  $CK$  eingeschlossen

ht mehr umfaßt werden durch die gebrochenen Strahlen id  $GD$ , welche unter demselben Winkel  $FAG$  zum Auge

en, wohl aber von mehr nach innen gelegenen innerhalb  $G$ , welche unter einem kleineren Winkel zum Auge  $A$

en.

Fig. 27.





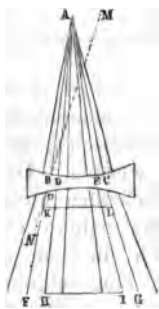
[52] XCIX. Lehrsatz. Eine Konkavlinse genügt entweder bei individuellem Abstand vom Auge allen Menschen zugleich zum deutlichen Sehen, oder, wenn sie ganz nahe ans Auge gebracht werden soll, wie es der Fall ist, wenn eine Brille auf der Nase sitzt, dann braucht jeder dazu seine besondere Konkavlinse<sup>33</sup>).

Denn nach XCV hat jede Konkavlinse einen bestimmten Abstand, je nach der Beschaffenheit des Auges, zum Deutlichsehen. Ist die richtige Wahl dieses Abstandes nicht möglich, dann muß dem Auge wenigstens die Auswahl unter den Linsen zugestanden werden, sonst wird es entfernte Gegenstände verschwommen sehen. Denn entweder ist die Konkavität der Linse nicht groß genug, um die Verschwommenheit, welche die Folge des Parallelismus der Strahlen ist, zu beseitigen, oder sie ist zu groß und erzeugt infolgedessen eine zu große Divergenz und so eine Verschwommenheit, welche der vorigen entgegengesetzt ist.

C. Lehrsatz. Linsen, welche durch zu große Konkavität in unmittelbarer Nähe des Auges die Dinge verschwommen erscheinen lassen, lassen sie in einem Abstand deutlich erscheinen, und umgekehrt.

Dies ist gleichsam die Umkehr von Lehrsatz XCV. Es möge nämlich Punkt *A* [Fig. 28] Strahlen aussenden gegen die Konkavlinse *BC*, und deshalb werden alle Strahlen nach der

Fig. 28.



Brechung unter sich divergieren, nach XC und XCIV, und darum die entfernteren stärksten. Es mögen die Strahlen *AB* und *AC* nach der Brechung noch mehr divergieren in Gestalt von *BF* und *CG*, und die Divergenz möge für das Auge allzugroß sein. Dahingegen mögen die Strahlen *AD* und *AE* welche nachher als *DH* und *EI* noch mehr divergieren, für das Auge passen. Die Weite der Pupille sei aber *HI*, und diese befindet sich in *HI*, wo sie die Strahlen von der passenden Divergenz umfaßt. Würde sie die divergenten Strahlen *FG* umfassen, so würde sie ein fehlerhaftes und verschwommenes Sehen des Punktes *A* verursachen. [53] Aber wenn

die [volle] Weite der Pupille *III* der Linse in *KL* nahe gebracht wird, dann umfaßt sie und fängt sie die [vordem] allzu divergenten Strahlen *F* und *G* auf; daher wird der Punkt *A* verschwommen

wenn sich das Auge in  $KL$ , deutlich, wenn es sich befindet.

Es folgt über die Konvex- und Konkavlinse im besondern; es folgt jetzt die Verbindung von Konkav- und Konvexlinse.

**Definition.** Fernrohr nennt man einen dunklen Zylinder, dessen beide Öffnungen mit durchgehenden Gläsern geschlossen sind; d. h. jenes optische Instrument, mit dem man die fernliegenden gewissermaßen aus der Nähe erblickt.

**Definition.** Eine von seinen beiden Öffnungen ist sich mit ihrem Glase in einer passenden Lage, die andere entsprechend zum Gegenstande.

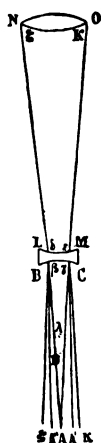
**Postulat.** Die Linien, welche durch die Krümmungen der Konvexitäten und Konkavitäten gehen, fallen in eine einzige zusammen. Dies ist notwendig, damit die Gläser unter sich parallel und in einander rechtwinklig eingesetzt sind.

[Lehrsatz.] Fallen Strahlen, die von einem Gegenstande ausgehen und infolge des Durchgangs durch eine Konvexlinse konvergent geworden sind, noch vor ihrem Schnittpunkt auf eine Konkavlinse, [54] so wird entweder vor dem Schnittpunkt oder weiter hinaus verfallen, die Strahlen gehen parallel oder werden wieder divergent weiter.

Es mögen nämlich [Fig. 29]  $NL$  und  $OM$  eine Konvexlinse  $LM$  zu derart konvergieren, daß sie sich im Punkte  $\lambda$  schneiden wollten. Nach der Brechung in  $L$  und  $M$  werden die zugehörigen gebrochenen Strahlen  $LB$  und  $MC$  in das dichtere Medium nach der konkaven Oberfläche hin schon weniger konvergieren, als ob sie sich schneiden wollten im Punkte  $\lambda$ , nach der Umkehr von XCII. Nach der zweiten Brechung in  $B$  und  $C$  werden die zugehörigen Strahlen  $BA$  und  $CA$  noch weniger konvergieren und schließlich sich in  $A$  schneiden.

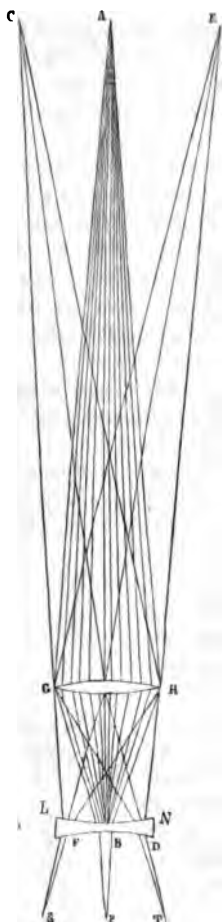
Es wird der Schnitt, welcher eigentlich in  $\lambda$  zustande sein sollte, weiter hinaus nach  $A$  verlegt. Wäre die Refraktion ein wenig größer, so würden die zuletzt gebrochenen

Fig. 29.



Strahlen  $BA'$  und  $CA'$  bis ins unendliche auslaufen, ehe sie sich schneiden, nach der Umkehr von XC. Wäre endlich die

Fig. 30.



erste Refraktion so groß gewesen, daß die nach  $\delta$  und  $\epsilon$  konvergierenden Strahlen  $\zeta\delta$  und  $\kappa\epsilon$  innerhalb [der Linse] parallel geworden wären als  $\delta\beta$  und  $\epsilon\gamma$ , so divergierten sie wieder als  $\beta\zeta$  und  $\gamma\kappa$ , nach der Umkehr von XCIII.

CV. Aufgabe. Gegenstände mittels einer Konkav- und einer Konvexlinse auf einem Papier abzubilden in einem größeren Maßstabe, als mittels einer Konvexlinse allein, aber umgekehrt<sup>34)</sup>.

In Fig. 30 sei  $GH$  die Konvexlinse, die Schnittpunkte oder Spitzen der Lichtbüschel seien  $F$ ,  $B$  und  $D$ ; es werde die Konkavlinse  $LN$  dazwischengebracht, ein wenig oberhalb  $FBD$ . Dann wird der Gegenstand  $CAE$  zuerst über der Konkavlinse nahe bei  $DBF$ , aber etwas verschwommener abgebildet werden, weil die Konkavlinse die Spitze der Büschel abfängt; auch wird er umgekehrt erscheinen, weil die Kreuzung der Büschel bereits in  $GH$  vor sich ging, und weil die Büschelspitzen sich bereits nahezu voneinander absondert und die einzelnen sich bereits verengert haben. Die einzelnen Büschel werden sich also bei ihrem Durchgang nach CIV, weiterhin zu den Spitzen  $S$ ,  $P$ ,  $T$  formen, und dann entsteht ein deutliches Bild auf dem dort befindlichen Papier, oder die Strahlen jedes Büschels treten parallel aus, und dann verbleibt die Zeichnung in der

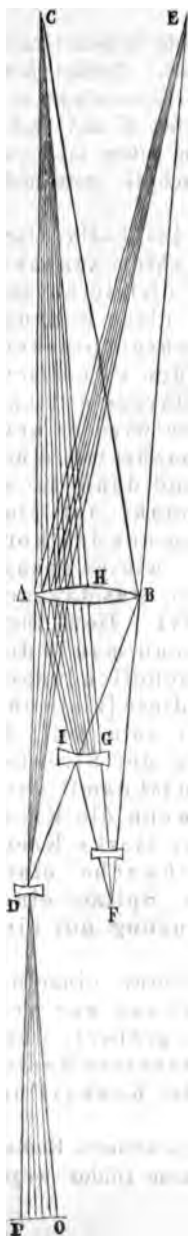
selben geringen Verschwommenheit, [55] die sie kurz vor ihrem Eintritt in die Konkavlinse besaß, oder endlich die Strahlen divergieren, und die Büschel erweitern sich, und dann

schwimmt die Zeichnung immer mehr und mehr in dem Grade, das Papier von der Konkavlinse abdrückt. Größer aber wird die Abbildung  $SPT$  als jene durch die Konvexlinse  $GH$  hervorgebrachte  $FBD$ , weil die Büschel  $F$  und  $D$  bei der Brechung an der Konkavlinse  $LN$  nach außen in  $S$  und gerichtet werden, nach  $XC.$ , und auch nach II. stets mehr nach außen liegen werden als nach innen.

CVI. Anmerkung. Die Behauptung des J.-Baptiste Porta, er sei imstande, die Sonnenstrahlen zunächst zu sammeln, dann ins unendliche zu dirigieren und eine Brennwirkung hervorzurufen, diese Behauptung, obwohl in bezug auf Spiegel ausgesprochen, scheint doch auf Linsen bezogen werden zu müssen, weil er absichtlich die Sache dunkel dargestellt hat. Soll sie auf Linsen bezogen werden, so wird es kein anderer Kunstgriff sein, als daß er zunächst mit einer Konvexlinse viele Strahlen sammelt und dann die so gesammelten dicht vor dem Schnittpunkt auf eine Konkavlinse auffallen läßt, damit diese aus den konvergierenden parallele Strahlen macht, wie es gesagt wurde im Lehrsatz CV. Auch vergleiche, was dagegen vorgebracht wurde unter Lehrsatz LVI. Dem füge ich außerdem noch dies hinzu: auch wenn man in den Worten Portas das, was er von der unendlich langen Brennlinie sagt, dahin berichtet, daß diese [vielmehr] in beliebig verlängerter Brennkegel sein soll, in dessen äußerster Spitze die Kreuzung der Strahlen eine Brennwirkung zustande bringt, so ist damit doch noch gar nichts erreicht. [56] Denn wenn die Kreuzung den Brand bewirkt, so wird eine starke Kreuzung einen starken Brand, eine schwache einen schwachen bewirken. Aber an der Spitze eines äußerst langen Kegels wird die Kreuzung nur eine ganz schwache sein<sup>35)</sup>.

CVII. Lehrsatz. Was man durch eine einzelne, dicht vor das Auge gesetzte Konkavlinse nur verschwommen sieht, wird deutlich und vergrößert, wenn noch irgend eine Konvexlinse von größerem Radius an einer bestimmten Entfernung vor die Konkavlinse gehalten wird<sup>36)</sup>.

Denn nach C. geben Konkavlinsen von allzu kleinem Radius, dicht vor das Auge gehalten, verschwommene Bilder wegen



allzu großer Divergenz der Strahlen. nach LXXI bewirken die von einem ausfahrenden Strahlen durch eine zelle Konkavlinse verschwommenes infolge der Konvergenz, wenn sie Auge innerhalb vom Schnittpunkt be

Und nach CIV heben sich jene große Divergenz und diese Konvergenz in einem Tubus verbundenen gegenseitig auf. Fällt so die Konkavlinse fort, und ist die allzu große Divergenz gemildert, so folgt ein deutliches Bild. Aber in einem bestimmten Abstand der Konkavlinse vom Auge wird das Zuviel der Divergenz irgend einer beliebigen, vor dem Auge befindlichen Konkavlinse ausgeglichen. Befindet sich die Konkavlinse aber nahe dem Auge, so ist die Verbesserung dieser allzu großen Divergenz nur eine geringe. So befindet sich in Fig. 31 die Konkavlinse in  $IC$ , die äußersten Strahlen  $AI$  und  $HG$  durch den Teil  $IG$  der Linse zwischen sich konvergieren unter dem kleinen Winkel  $IFG$ . Die Verbesserung wird beträchtlich, sobald die Konkavlinse mit dem Auge abdrückt. Befindet sich z. B. die Konkavlinse samt dem Auge nur oberhalb von  $F$ , so werden die äußersten Strahlen des einen Punktes  $C$  die  $SAF$  und  $BF$  sein und denselben Teil der Linse mit dem größeren Winkel zwischen sich fassen.

Größer aber muß der Radius der Konkavlinse sein. Denn wenn der Radius der Konkavität gleich dem der Konkavität wäre, so daß die Wölbung der Konkavlinse sich der Höhlung der Konkavlinse anschmiege, während die beiden Oberflächen sich fast parallel [57] dann würden beide Linsen, unmittelbar verbunden wie sie wären, sich gegen

inigermaßen ausgleichen, und die eine die Wirkung der anderen aufheben, und dann würde auch durch [mäßiges] Abrücken der Linse dem Auge, welches an schlechtem Sehen in der Ferne leidet, keine oder nur geringe Abhilfe zuteil werden. Zöge man aber die Konvexlinse weit von der konkaven ab, so würden die Strahlen noch konvergenter auf die Konkavlinse fallen und von dieser nicht einmal mehr parallel, geschweige denn divergent gemacht werden können. Dasselbe würde in noch höherem Maße der Fall sein bei einer Konvexlinse von kleinerem Radius. Es bleibt demnach als geeignet nur eine Konvexlinse von größerem Radius übrig.

Endlich behaupte ich, daß das Bild vergrößert werde, wenn der Radius der Konvexität größer ist. Denn nach LXXX vergrößert eine einzelne Konvexlinse die Gegenstände. Obgleich nun aber nach XCVI eine Konkavlinse, auch wenn sie allein steht, die Gegenstände verkleinert, und es wahr ist, daß sowohl eine Konvexlinse als das, was man durch sie sieht, größer ist, wenn es sich um eine einzige Konvexlinse handelt, als wenn noch eine Konkavlinse eingeschoben wird: so ist doch nach LXXXII und XCVIII diese Vergrößerung und diese Verkleinerung beträchtlicher, wenn man die Linsen weiter [voneinander] entfernt. Da nun aber die Konkavlinse dicht am Auge ist, so wird sie fast gar keine Verkleinerung bewirken, und da die Konvexlinse weiter vom Auge absteht, so wird ihre Vergrößerung beträchtlicher sein.

CVIII. Lehrsatz. Befindet sich eine Konvexlinse in beliebiger Entfernung vom Auge, und man schiebt in einem bestimmten Abstand zwischen Auge und Konvexlinse irgend eine beliebige Konkavlinse ein, die, allein für sich vor das Auge gebracht, die Gegenstände verschwommen machen würde, so erscheinen die Gegenstände deutlich; doch muß die Konkavlinse einen kleineren Radius haben als die Konvexlinse.

Es ist dies die Umkehr des vorigen, nur etwas freier. Dort war nämlich die Position der Konkavlinse dicht vor dem Auge vorgeschrieben und deshalb nicht variabel, wogegen die Position der Konvexlinse variabel war. [58] Hier ist die Position der Konvexlinse gegeben, aber es handelt sich nicht um eine einzig mögliche Position, sondern um verschiedene, sowohl der Quantität als der Qualität nach, wogegen die Position der Konkavlinse frei gewählt werden kann.

Zuerst möge die Qualität der Konvexlinse so gegeben sein, daß sich das Auge innerhalb des Schnittpunktes befindet: dann ist die Übereinstimmung des Lehrsatzes mit dem vorigen größer; dies ist recht eigentlich der Fall des Fernrohrs.

Dann wird also in Fig. 31 die Position der Konkavlinse und des Auges zwischen der Konvexlinse  $AB$  und den Schnittpunkten  $D$  und  $F$  sein, z. B. in  $IG$ . Das Maß der Konvergenz wird daher sicher bestimmt sein durch den Winkel  $IFG$ . Diese Konvergenz muß aber, damit sie das deutliche Sehen nicht hindere, entweder für das Auge des Alterssichtigen bloß gemindert werden bis zu Parallelismus der Strahlen, oder es muß sogar darüber hinaus Divergenz hergestellt werden für das Auge des Kurzsichtigen. Aber beides läßt sich bewerkstelligen nach CIV durch Einfügen einer Konkavlinse in einem Punkt vor den Schnittpunkten. Indessen muß jene Konkavlinse einen kleineren Radius haben als die konvexe. Dies wird bewiesen wie in Lehrsatz CVII. Aber auch die Konkavlinse muß, falls sie allein für sich nahe an das Auge gebracht wird, die Gegenstände verschwommen machen, weil das, was die aus Konkavität entspringende Verschwommenheit wett macht, [an sich] gleichfalls Verschwommenheit hervorrufen muß, aber aus entgegengesetzter Ursache.

Zweitens sei die Position des Auges dergestalt gegeben, daß es außerhalb der Schnittpunkte sich befindet, wie wenn es in Fig. 31 in  $OP$  wäre, außerhalb von  $D$  und  $F$ . Dann würde eine innerhalb des Schnittpunktes  $D$  oder  $F$  befindliche Konkavlinse nach CIV bewirken können, daß kein Schnitt zustande kommt, sondern daß die Strahlen wiederum divergieren und so zum Auge  $OP$  gelangen. Indessen sind in diesem Falle viele Voraussetzungen erforderlich. Erstens muß die Konkavlinse einen kleinen Radius haben. Denn hätte sie einen großen, so würden sämtliche Strahlen zwischen  $AD$  und  $BD$  nur den kleinen Teil von ihr dicht beim Lot erfassen, und ihre Refraktion würde nur unbedeutend sein und nicht ausreichen, die Konvergenz aufzuheben. Das ist in diesem Falle ebenso wie im vorigen. Ferner, wenn die Konkavlinse einen so kleinen Radius hat, daß sie sogar Divergenz herbeiführen vermag, würden doch nicht alle jene divergierende Strahlen zum Auge gelangen, welches weit ab außerhalb der Schnittpunkte  $D$  und  $F$  seinen Standpunkt hat. [59] Denn wenn die Strahlen divergieren, so schießen sie an einem weit entfernten Auge vorbei. Es bleiben also nur sehr wenig

rig, welche durch den äußerst kleinen Nabel [Zentralteil] der Konvexlinse hindurchgehen (eventuell auch bei exzentrischer Lage der Linse durch einen anderen Punkt) und auf den ersten Grund der Konkavlinse  $D$  nahe dem Lote auffallen. Diese haben fast gar keine Divergenz und können als parallel betrachtet werden. Aus diesem Grunde sind sie nur den Fernsichtigen dienlich. Drittens läßt diese Position nur einen geringen Teil des Gegenstandes bis zum Auge dringen wegen der weiten Entfernung des Auges  $OP$  sowohl von der Konvexlinse  $AB$  (nach dem Gesagten) als von der konkaven, welche oberhalb  $D$  oder  $F$  angebracht werden muß, nach CVII; und diesen schon so kleinen Teil noch außerdem unter einem ganz kleinen Winkel, nach XCVIII.

CIX. Lehrsatz. In den Instrumenten, welche die Gegenstände vergrößern und deutlich erscheinen lassen, befindet sich die Konkavlinse niemals weit von den Schnittpunkten, die hinter der Konvexlinse liegen.

Denn sollen sie eine möglichst starke Vergrößerung hervorbringen, so muß, nach XCVIII die Konkavlinse so nahe wie möglich am Auge sein. Die konvexe hingegen weit vom Auge ab, nach LXXXII. Deshalb auch weit von der Konkavlinse ab; und gleichwohl ist der richtige Ort für die Konkavlinse zwischen der Konvexlinse und deren Schnittpunkt, nach IV. Wenn also die Konvexlinse weit von der konkaven entfernt ist, so wird sich der Schnittpunkt sehr nahe der Konkavlinse befinden.

CX. Lehrsatz. Ist die Stellung der Konvexlinse bestimmt, so muß von dicht am Auge angebrachten Konkavlinsen eine mit kleinerem Radius weiter von der konvexen abstehen und näher dem Schnittpunkte angebracht werden<sup>37)</sup>.

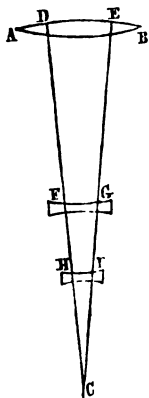
Von der Konvexlinse  $AB$  möge der Teil  $DE$  die von einem und demselben Punkt ausgehenden Strahlen durchlassen, und der Schnitt finde in  $C$  statt.

[60] Da nun die Konvergenz der Strahlen  $DC$  und  $EC$  [Fig. 32], welche durch die einmal festgelegte Konvexlinse  $AB$  (oder ihren gleichfalls festgelegten Teil  $DE$ ) bewirkt wird, eine ganz bestimmte ist, so muß auch eine ganz bestimmte Korrektur, nämlich Divergenz durch Konkavlinsen, angewendet werden. Divergenz wird aber durch Brechung hervorgerufen, und gleiche



Brechung desselben Strahles, z. B.  $DC$ , kann nur an konvergierenden Stellen ungleicher Konkavlinen stattfinden.  $III$

Fig. 32.



seien konkave Linen. Und, wo Teile  $FG$  und  $III$  in demselben Ver stehen, wie die Konkavitäten ihrer zugehörigen Linen, aber von denselben Strahlen  $DE$  abgeschnitten werden sollen, so wird Teil  $FG$  der größeren Konkavität zu dem entsprechenden  $III$  der kleineren sich verhalten wie  $FC$  der größere Abstand jenes vom Scheitelpunkt, zu  $HC$  dem kleineren. Wenn  $HI$  weniger von  $C$  absteht als  $F$  wird dasselbe  $HI$  weiter von  $DE$  als als die andere Konkavlinse  $FG$  mit größerem Radius.

CXI. Lehrsatz. Eine und die ganz nahe dem Auge befindliche Konkavlinse, welche mit verschiedenen Konvexlinsen deutliches Sehe wirken soll, muß von den Scheitelpunkten aller gleichen Abstand haben.

Denn eine einzige Konkavlinse leistet nur eine einzige Hilfe; sie korrigiert nur einen ganz bestimmten Grad der Divergenz. Aber bei gleichem Abstand der Konkavlinse von den Scheitelpunkten irgend welcher Konvexlinsen ist auch die Divergenz der Strahlen die gleiche, wenigstens der Strahlen, welche von derselben Konkavlinse aufgefangen werden. Wenn eine von den Konvexlinsen bedeutend größer ist, so werden ihre Randstrahlen stärker konvergieren: so werden diese an der Konkavlinse vorbeischießen, wenigstens an der Seite der Linse, welcher die in ihm gebrochenen Strahlen zum Auge gelangen läßt.

[61] CXII. Lehrsatz. Befindet sich eine Konkavlinse nahe dem Auge, und ist der Radius der Konkavlinse groß, so erfordert sie einen weiten Abstand von der konkaven und dem Auge; ist der Radius klein, muß jener Abstand gering sein.

Denn nach CIX befindet sich das Auge nahe dem Scheitelpunkt, und nach CXI ist die Konkavlinse, die immer derselben Art ist, von den Scheitelpunkten aller konvexen Linsen weit entfernt. Aber die Entfernung der Scheitelpunkte von den zugehörigen Konvexlinsen ist ungleich. Denn von den Scheitelpunkten

Linse mit großem Radius ist der Schnittpunkt weit ab, von Linse mit kleinem weniger weit, nach XXXIX. Da aber Gleiches von Ungleichen abgezogen, Ungleiches übrig läßt, und da der Zwischenraum zwischen der Konvex- und Konkavlinse bei gleichbleibendem Abstand der Schnittpunkte von der Konkavlinse kleiner ist, als jener Zwischenraum zwischen der Konvexlinse und dem Schnittpunkt, so wird die Konkavlinse (samt dem Auge) weiter von der Konvexlinse abstehen, wenn letztere klein groß, als wenn sie einen kleinen Radius hat.

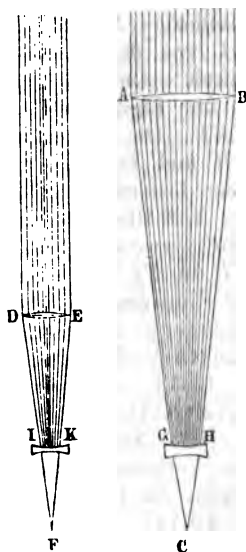
**CXIII. Lehrsatz.** Ist die Konvexlinse gegeben, so bewirkt eine Konkavlinse von kleinerem Radius ein größeres Bild als eine von größerem Radius<sup>38)</sup>.

Denn nach CX müssen Konkavlinse von kleinem Radius samt dem Auge, dem sie sehr nahe sind, weiter von der Konvexlinse abrücken, wenn scharfes Sehen erreicht werden soll. Aber nach LXXXII sieht das Auge die Gegenstände um so größer, je weiter es von der Konvexlinse nach dem Schnittpunkt hin zurückweicht. Daher sieht das Auge durch eine Konkavlinse von kleinerem Radius die deutlich gesehenen Gegenstände größer als durch eine Konkavlinse von größerem Radius.

**CXIV. Lehrsatz.** Rückt die Konkavlinse nur ein wenig von der Konvexlinse ab, so vergrößert sie die Gegenstände stark<sup>39)</sup>.

Denn nach CIX [Fig. 33] befinden sich [die Linsen] *GII* und *IK* sehr nahe den Punkten *C* und *F*. Wird aber der kleine Zwischenraum *IF* durchschnitten und das Auge in *F* gedacht, so wächst die Größe des einen einzigen Punktes, von dem alle Strahlen in *DE* ausgehen, [62] zu einer gewissen Größe an, welche gleich ist der ganzen Linse *DE*, so daß der Punkt unter dem Winkel *DFE* gesehen wird, was eine unendliche Vervielfältigung ist. So wird durch einen geringen Umstand etwas Großes geleistet.

Fig. 33.



CXV. Lehrsatz. Befindet sich eine Konkavlinse sehr nahe dem Auge, so bringt die Konvexlinse v kleinerem Radius kleinere Bilder hervor als die v größerem Radius.

Es sei [Fig. 33]  $AB$  eine Konvexlinse mit dem große Radius  $AC$  und Linse  $DE$  eine mit dem kleineren Radius  $I$ . Es werden also  $C$  und  $F$  die Schnittpunkte sein, nach XXX. Es möge beiderseits eine Konkavlinse  $GH$  und  $IK$  zugef werden, welche, dicht vor das Auge gesetzt, jede mit ein bestimmten Teile eine bestimmte Divergenz der parallel a fallenden Strahlen verursachen möge. Da es sich nun in bei Fällen  $GH$  und  $IK$  um die gleiche Konkavlinse handelt, wird sie sich in der gleichen Position zu den Schnittpunkt befinden, nach CXI. Das Auge befindet sich der Annahme folge auf beiden Seiten sehr nahe der Linse. Nachdem s die beiden gleichen Spitzen  $GC$  und  $IF$  abgetragen sind, den ungleichen  $AC$  und  $DF$ , werden die übrigbleibenden  $AG$  und  $DI$  in einem größeren Verhältnis stehen. Es wird da die Konvexlinse  $AB$  in ihrem Verhältnis stärker von der Konkavlinse  $GH$  und dem Auge abgetückt, als die Konvexlinse  $DE$  von der Konkavlinse  $IK$  und dem Auge in ihrem Verhältnis. Und  $GH$  samt dem Auge ist relativ näher an  $C$  in der Figur  $ABC$ , als  $IK$  samt dem Auge zu  $F$  in Figur  $DEF$ . Die Gegenstände werden daher größer dargestellt durch  $AB$  und  $GH$  als durch  $DE$  und  $IK$ , nach LXXXIII. Und zwar bedeutend größer infolge einer ganz kleinen Änderung des Verhältnisses, nach CXIV. Dieser wichtige Lehrsatz ist sehr verwickelt, und zwar deshalb, weil, wenn das Verhältnis  $DF$  zu  $FI$  gleich gewesen wäre dem von  $AC$  zu  $CG$ , durch den Umstand, daß  $AG$  länger ist als  $DI$ , nichts zur Vergrößerung der Gegenstände beigetragen hätte. Alles was nämlich beiderseits gleich gewesen, nach LXXXIII.

CXVI. Aufgabe. Die Gegenstände beliebig g darzustellen.

[63] Nach CXIII und CXV werden durch Vergrößerung des Verhältnisses der Radien der Konkavität und der Konvexität die Gegenstände vergrößert<sup>40)</sup>.

CXVII. Aufgabe. Durch ungleichen Linsenabstand d. h. also durch ungleich lange Rohre die Gegenstände in gleicher Vergrößerung darzustellen.

Man bewirke (nach CXIII und CXV), daß dasselbe Verhältnis herrsche sowohl zwischen den Konkavitäten und

Konvexitäten unter sich, als zwischen den Abständen der Linsen, indem die konvexen unter sich selbst ungleich sein müssen.

**CXVIII. Aufgabe.** Mit kürzeren Tuben stärkere Vergrößerungen herzustellen.

Wenn die Konvexlinse den kleineren Radius hat, und das Verhältnis zwischen der Konvexität und der Konkavität größer ist als in einem längeren Instrument, dann vergrößert das kürzere Instrument die Gegenstände stärker (nach CXIII und CXV).

**CXIX. Lehrsatz.** Ist die Konkavlinse gegeben, so werden die Gegenstände klarer oder kräftiger mit einer größeren oder breiteren Konvexlinse hervorgebracht, als mit einer kleineren<sup>41)</sup>.

Denn von einem Punkt aus (Fig. 33) wird mehr Licht ausgestreut durch den größeren Umfang von  $AB$  als durch den kleineren von  $DE$ . Dies gesamte Licht wird aber nach dem einen Punkt  $C$  oder  $F$  gezwungen. In  $C$  ist mithin die Zeichnung kräftiger als in  $F$ , und das Auge erhält in  $GH$  dichter gedrängte Strahlen als in  $IK$ .

Die Größe der Linse bezieht sich aber hier, nach XXX, auf den Körper der Linse, nicht auf die Oberflächen.

**CXX. Lehrsatz.** Ist die Konvexlinse gegeben, so werden die Gegenstände deutlicher und kräftiger zur Darstellung kommen durch eine Konkavlinse von größerem als von kleinerem Radius<sup>42)</sup>.

[64] Denn eine kleine Linse dicht vor dem Auge bewirkt nur mittels eines kleinen Teiles ihrer selbst eine richtige Divergenz der Strahlen. Wenn daher auch viele Strahlen von einem Punkt aus auf jene fallen und von einem großen Teile der Konvexlinse herkommen, so irren doch die meisten davon durch die allzugroße Refraktion, welche die Seitenteile oder der Rand der Linse verursacht, von dem Auge ab (wie in Fig. 28  $FG$  von der Weite der Pupille  $HI$ ); es gelangen also nur wenige dem Lot nächstliegende Strahlen in das Auge, welche mithin nur von einem kleinen Bezirk der Konvexlinse herkommen: deshalb (nach CXIX) ist das Sehen durch eine Konkavlinse von kleinem Radius nur schwach. Dasselbe geschieht auch, wenn von einer Konkavität von großem Radius nur ein kleiner Teil zur Wirkung kommt, der kleiner als die Pupille ist.

CXXI. Lehrsatz. Der zentrale, dem Lot unmittelbar benachbarte Teil des Stückes einer Halbkugel, welches durch Linsen betrachtet wird, erscheint klarer und kräftiger als der Rand ringsherum<sup>43)</sup>.

Der zureichende Grund erhellt aus Fig. 14, in der  $QG$  die Weite der Pupille bezeichne. Befindet sich nämlich das Auge, unbewaffnet oder mit vorgesetztem Konkavglas, in  $QG$ , so empfängt es vom Punkt  $E$  alle Strahlen zwischen  $EAQ$  und  $EBG$ , vom Punkt  $C$  aber nicht alle, sondern von dem Büschel  $CAFB$  nur einen Teil, nämlich alles zwischen  $CAI$  und  $CHG$ ; was zwischen  $CHG$  und  $CBF$  fällt, irrt von der Pupille  $QG$  ab. Wenn daher  $E$  durch  $AB$ ,  $C$  aber durch  $AH$  gesehen wird, so wird nach CXIX.  $E$  klarer und kräftiger gesehen werden, als  $C$ .

CXXII. Lehrsatz. Die Gegenstände erscheinen durch einen kleinen Teil der Konvexlinse unter sonst gleichen Umständen deutlicher, durch einen breiten ver schwommener<sup>44)</sup>.

Denn was durch einen großen Teil der Konvexität ins Auge strahlt, das strahlt nach CXIX kräftiger, und durch diese Kraft werden erstens die Regenbogenfarben und dann die Nebel hervorgerufen. Die gewölbte und netzförmige Haut des Auges ist aber voll Sehstoff, und wird sie auch nur von einem Punkte berührt, so wird doch der Sehstoff, wenn dieser Punkt durch den Schnitt zahlreicher Strahlen unverhältnismäßig stark leuchtet, in einiger Ausdehnung [65] um diesen Punkt der Netzhaut herum durch Übertragung der eindringenden Veränderung affiziert; siehe LXI. Daher wird im rechten Maße für Auge und Instrument und für das Licht des Tages oder der Nacht, die Konvexlinse entweder erweitert und aufgedeckt oder verengert und zugedeckt; dadurch, daß entweder gleich vorn oder an einer Stelle zwischen den Linsen eine durchbohrte Scheidewand angebracht oder der Hals des Instrumentes nach innen gebogen und verengert wird, oder dadurch, daß das Rohr über die Konvexlinse hinaus verlängert wird, so daß seine Zylindermündung weiter absteht und deshalb nach LXVII unter kleinerem Winkel gesehen wird und genau so wirkt, wie eine engere. Die Natur hat dies vorgemacht durch die Erweiterung der Uvealöffnung bei nächtlichem und ihre Verengung bei Tageslicht. Das Diaphragma hat auch den Nutzen, daß es innen Dunkelheit bewirkt, wozu gleichfalls die Schwärzung des Inneren dient und ebenso die trompetenförmig

gestalt, deren Seiten sich nach vorn zu auswärts biegen, in der Mitte nach innen, so daß die Strahlen, wenn sie bis in die Nähe der Konvexlinse eingedrungen sind, nicht wieder hin- und hergeworfen werden, sondern Deutlichkeit verursachen. Demselben Zweck dient auch eine Verlängerung des Rohrs mit über die Konvexlinse hinaus, damit nicht die Konvexlinse an den Seitenteilen des Gesichtsfeldes bestrahlt werde.

CXXIII. Aufgabe. Den Gegenstand oben, unten, zur rechten oder zur linken, und wo man sonst will, zu sehen.

Dies geschieht, wenn der Durchmesser der Konkavlinse größer als die Pupille des Auges und hinreichend groß ist, um das Auge von der Linsenmitte seitwärts hinreichend ausweichen zu lassen. [66] Denn die Büschel werden am Rande der Konkavlinse sämtlich und zwar] schief gebrochen: auf der linken Seite nach links, auf der rechten nach rechts. Es sei nämlich in der Figur 34  $ABK'$  die in das Zentrum der Pupille kommende Mittellinie des Büschels. Es wird in den Punkten  $B$  und  $O$  nach außen gebrochen zur linken, weil  $BO$  der linke Teil der Linse ist. Hat sich das Auge also von der Mitte der Linse nach deren linken Seite  $O$  bewegt, so wird es den in der Richtung der Geraden  $NOM$  gesehenen Punkt  $A$  mehr in einer nach rechts gelegenen Lage  $M$  befindlich glauben, nach XIX.

Fig. 34.



CXXIV. Aufgabe. Die Vergrößerung eines Bildes kunstgerecht abzuschätzen.

Das linke Auge richtet man unbewaffnet auf den Gegenstand; das rechte aber blicke denselben durch die Linsen an. Da nun das linke auf den Gegenstand gerichtet ist, das rechte aber dem linken unwillkürlich immer parallel bleibt, wenn es verdeckt wird, wie hier von dem Instrument, weil die Parallelstellung der Augen die natürliche ist, nach LVII, so wird das rechte auf den Gegenstand gleichsam von selbst gerichtet sein, sei es, daß ihm das vom Instrument gelieferte Bild niedriger oder höher scheine, als der Gegenstand, welcher vom linken Auge gesehen wird. Denn nach LXII wird das rechte Auge zwar das vergrößerte Bild des Gegenstandes sehen, auf welchen es selbst durch die Assoziation mit dem linken

gerichtet wird, aber es wird ihn gleichwohl nicht immer dem entsprechenden Teil seiner Netzhaut sehen, mit wem ihn das linke sieht.

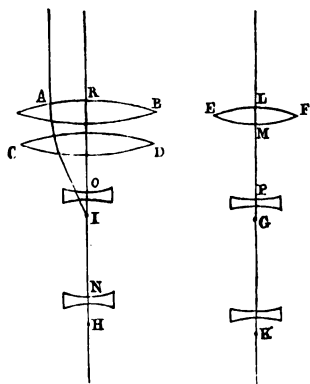
Wenn die Bilder ihrer Lage nach nicht übereinstimmen, so kann man es doch durch leichtes Hin- und Herbewegen der Konvexlinse des Instrumentes, oder auch durch Veränderung der Stellung der Konkavlinse zum Auge und dahin bringen, daß beide Bilder ein und desselben Standes zur Deckung kommen. Dann wird der Übersetzer einen über das andere durch die gegenseitige Überlagerung treten.

**Bis hierher von dem einfachen Instrument: e**  
die  $\chi\phi\psi\iota\varsigma$  <sup>45)</sup>.

[67] CXXV. Lehrsatz. Ist die Konkavlinse gesetzt und setzt man zwei gleichstarke Konvexlinsen an die Stelle einer einzigen dicht aneinander, so braucht das Instrument etwa nur halb so lang zu sein, als einer einzigen der beiden Konvexlinsen; gleichwohl wird das Bild kleiner.

$AB$  und  $CD$  seien zwei gleiche Konvexlinsen, und  $H$  das Zentrum des Kreises  $ARB$  sei  $H$ . Der Halbmesser

Fig. 35.



in  $I$  halbiert. Ist also eine Konvexlinse  $AB$  vor so wird der Schnittpunkt der Strahlen in  $H$  liegen, nach  $CI$ . Und deshalb wird die zweite Linse nicht weit von  $H$  entfernt zu setzen sein, nach  $CI$ .

Ich behaupte nun, wenn  $CD$  ganz nahe an  $AB$  gesetzt wird, die Konkavlinse innerhalb von  $I$  angebracht werden muß. Das beweise ich zunächst mit ganz einfachen Mitteln.

Die in  $AB$  gebrochenen parallelen Strahlen zielen auf der Brechung nach  $H$ , aber von  $CD$  abgefangen

$CD$  wiederum gebrochen und schneiden sich deshalb in einer Entfernung. In  $CD$  erleiden sie eine stärkere Brechung als in  $AB$ , weil sie hier schiefere auffallen, denn in  $AB$

parallel, in  $CD$  aber bereits konvergent auf. Hieraus geht  
 er, daß der Schnitt um vieles näher erfolgen wird, und  
 deshalb auch die Konkavlinse den konvexen  $AB$  und  $CD$   
 ersetzt werden muß, nach CIX. Es geht weiter daraus  
 hervor, daß die Konkavlinse nach innen, vom Punkt  $I$  aus  
 hinein, gebracht werden muß, welcher den Halbmesser  $HR$   
 der Konkavität  $AB$  halbiert. Es sei nämlich  $GL$  der Hälfte  
 $II$  gleich, und mit diesem Halbmesser des Kreises werde  
 eine Linse  $EF$  mit den Konkavitäten  $ELF$  und  $EMF$  her-  
 gestellt, und  $LG$  sei gleich  $GK$ . Dann folgt aus LXXIX,  
 beim Vorhandensein einer einzigen Oberfläche  $EMF$  diese  
 denselben Wert wie zwei  $AB$  haben und bewirken würde,  
 sich die Parallelen in  $K$  schneiden, welches ebenso weit  
 $EF$  absteht, wie der Schnittpunkt  $H$  von  $AB$ . Aber die  
 Linse  $EF$  hat zwei solcher Oberflächen. Und wie sie mit  
 der Oberfläche  $EMF$  beide Konkavitäten von  $AB$  zusammen-  
 setzt, so ersetzt sie mit der anderen Oberfläche  $ELF$  beide  
 Konkavitäten von  $CD$  zusammen, weil  $AB$  und  $CD$  gleich  
 ebenso wie auch  $ELF$  und  $EMF$ . [68] Aber die auf  
 beiden Seiten konvexe Linse  $EF$  bewirkt den Schnitt der  
 Strahlen im Zentrum  $G$ , nach XXXIX, d. h. im Abstände  
 welcher gleich dem halben Radius von  $AB$  ist. Deshalb  
 gehen auch die beiden unmittelbar aneinandergelegten Linsen  
 $AB$  und  $CD$  die Parallelen ungefähr nach dem Punkt  $I$ , d. h.  
 in der halben Entfernung dieses Radius. Die Konkavlinse aber  
 nach CIX. innerhalb vom Schnittpunkt gesetzt werden,  
 innerhalb von  $I$ .

Man behaupte ferner, daß auch das Bild mittels zweier an-  
 einandergelegten Konvexlinsen  $AB$  und  $CD$  kleiner ausfällt  
 als mittels der einen  $AB$ .

Wenn da in beiden Fällen nur eine Konkavlinse vorhanden  
 ist, so wird sie auch nur ein und dieselbe Divergenz der  
 Strahlen bewirken. Sie wird daher denselben Abstand vom  
 Schnittpunkt  $H$  der einzigen Linse  $AB$  haben, als von dem  
 Schnittpunkt  $I$ , der von beiden  $AB$  und  $CD$  zugleich hervor-  
 gebracht wird, nach CXI; dieser Abstand sei  $HN$ ,  $IO$  und

Aber der gleiche Teil hat zur Hälfte von  $IR$  ein  
 drittel Verhältniß als zum Doppelten von  $HR$ . Deshalb  
 sind  $AB$  und  $CD$  zusammen verbunden dem Punkt  $O$  näher  
 als  $EF$ , welche jenen [beiden zusammen] gleichkommt, näher  
 als im Verhältniß zu seinem Halbmesser  $LG$  als  $AB$  für  
 sich an  $N$  im Verhältniß zu seinem  $RH$ .  $EF$  stellt daher die



Gegenstände mit Hilfe der Konkavlinse in  $P$  kleiner dar.  $AB$  allein durch dieselbe Konkavlinse in  $N$ , nach LXX deshalb auch beide,  $AB$  und  $CD$ , zusammen kleiner als einzige  $AB$ .

CXXVI. Lehrsatz. Eine einzige konkave Oberfläche von kleinem Radius leistet in der Zerstreuung Auseinanderzerrung der Strahlen ungefähr dass wie zwei konkave Oberflächen von doppelt so großem Radius.

Beweis folgt aus LXXIX und III.

CXXVII. Lehrsatz. Zwei aneinanderstoßende Konkavlinse brauchen einen nur wenig größeren Abstand von der Konvexlinse zur Erzeugung ganz deutlicher Sehens, als eine von ihnen allein; aber sie bewirken eine beträchtlichere, nahezu doppelte Vergrößerung des abgebildeten Gegenstandes.

[69] Denn die parallelen Strahlen, durch die Konvexlinse konvergent gemacht, fallen konvergent auf die Konkavlinse, durchsetzen sie und fallen, die Schnitte vermeidend, wieder divergent auf das Auge, nach CVII; es wird nämlich ein Instrument und in ihm eine geeignete Stellung der Konkavlinse vorausgesetzt. Nun aber fängt die zweite Konkavlinse, zwischen dem Auge und der ersten Konkavlinse befindlich, die divergierenden Strahlen auf und bewirkt, daß sie nach ihrem Dammgang noch stärker divergieren, nach XCIV. Sie schädigen durch das Übermaß der Divergenz und verursachen Verschwommenheit, nach XCV und XCIX. Man wird daher entgegenwirkende Konvergenz der Konvexlinse steigern mit dem damit sich die Fehler gleich werden und sich gegenseitig heben, nach CIV. Gesteigert wird aber die Konvergenz durch die aus ihr herrührende Verschwommenheit, wenn die Konkavlinse weiter vom Auge abtrückt, welches sich innerhalb des Schnittpunkts befindet, nach LXXI. Deshalb müssen zwei einander und nahe dem Auge befindliche Konkavlinsen von der Konvexlinse abstehen, als nur eine. Auch können nach CXXVI zwei Konkavlinsen von größerem Radius die Wirkung des einzigen von kleinerem in ihrer Wirkung gleich. Aber nach CX steht die Konkavlinse von kleinerem Radius weiter von der [Konvex-] Linse ab, als eine einzige Konkavlinse von größerem Radius. Deshalb stehen auch zwei Konkavlinsen von größerem Radius weiter [von der konvexen] ab, als eine von ihnen allein.

behauptete ferner, daß die Gegenstände größer durch eine nahe dem Auge befindliche Konkavlinse zu werden. Dies wird bewiesen (wie das vorherige) I und CXXVI.

eine nur ganz geringe Vergrößerung des Abstandes einen großen Zuwachs der Bildgröße, nach CXIV.

VIII. Lehrsatz. An einer Linse, welche mit einem Radius auf der einen Seite konvex, auf der andern konkav ist, werden alle Strahlen, welche parallel des Körpers parallel zum Einfallslot verlaufen an beiden Oberflächen unter gleichen Winkeln gebrochen und behalten nach der Brechung die ursprüngliche Divergenz oder Parallelität bei.

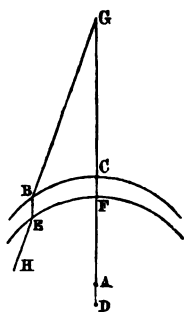
Es habe die Linse [Fig. 36] die konvexe Oberfläche dem Zentrum  $A$  und die konkave Oberfläche  $EF$  mit dem Zentrum  $D$ . Die Gerade  $DA$  gehe durch das Zentrum, indem sie die Oberflächen  $F$  und  $C$  senkrecht schneidet.

Man werde eine beliebige Parallelstrahlengruppe, welche die Oberflächen unter einem Winkel  $45^\circ$  trifft, z. B.  $BE$ . Es wird nun leicht bewiesen, besonders von den Philosophen und den Astronomen, daß sowohl  $BE$  als  $CB$  und  $FE$  gleich lang sind. Ferner ist die Neigung von  $BE$  zu den Tangenten der Oberflächen an den Eintrittspunkten  $B$  und  $E$  die nämliche, wie die Neigung von  $CB$  zu den Tangenten der Oberflächen an den Austrittspunkten  $C$  und  $F$ . Deshalb sind auch die Refraktion die gleiche.

Es sei auch die am dichten Körper gebrochenen Strahlen auf beiden Seiten parallel sein, wie  $BG$  und  $EH$ . Es ist leicht zu zeigen, daß die Divergenz oder Konvergenz beim Austritt  $EH$  die gleiche ist, wie die beim Eintritt  $GB$  vorhanden: sobald nämlich  $BE$  innerhalb des Körpers parallel sind.

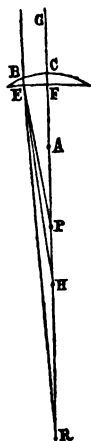
X. Lehrsatz. Strahlen, die von einem Punkt auf einer gleichzeitig konvexen und konkaven Linse (mit demselben Radius) fallen, sind nach dem Durchgang durch die Linse in geringem Grade konvergent, wenn der Punkt weit ab liegt, divergieren aber stärker, wenn der Punkt näher als einen Durchgang von der Oberfläche sich befindet.

Fig. 36.



Die Strahlen, welche von einem fernen Punkt aus sind nämlich parallel, nach XXIII. Parallele Strahlen die in einen dichteren, konvexen Körper eindringen, vergieren innerhalb des dichten Körpers, nach XXXIV.

$G$  sei [Fig. 37] ein fern gelegener Punkt, und  $GC$  parallel, und  $BE$  und  $CF$  konvergent. Es wird  $EF$  kürzer als  $BC$  sein. Die Inzidenz von  $BE$  wird daher in  $EF$  eine weniger schiefe sein als in  $BC$ . Deshalb die Refraktion in  $G$  größer als in  $B$ . Infolgedessen ist der Winkel  $GBE$  größer als  $BEH$  und  $GB$  nicht parallel zu  $EH$ . Nun wird  $GB$  und  $GC$  parallel nach Voraussetzung. Deshalb konvergieren  $EH$  und  $FA$  nach Brechung und schneiden sich schließlich.

Fig. 37<sup>46</sup>).

Dagegen sei jetzt der strahlende Punkt näher als die Länge eines Durchmessers der Fläche, dann werden die Strahlen  $GB$  und  $GC$  divergieren. Sie werden zwar nach ihrem Durchgang in den dichteren konvexen Körper weniger divergieren, aber doch immerhin divergieren, nach XXXVII.

[71] Da also  $BE$  und  $CF$  gegen die konvexe Grenzfläche  $EF$  des dichten Körpers konvergieren, so wird  $EF$  größer als  $BC$  sein. Die Inzidenz von  $BE$  in  $E$  wird deshalb schiefere sein als in  $B$  und daher die Refraktion dort größer als in  $B$ . Der Winkel  $GBE$  wird kleiner, der Winkel  $BEH$  größer und deshalb sind  $GB$  und  $EH$  nicht parallel, sondern würden sich schneiden, wenn sie nach  $H$  zu weitergehen würden. Die gebrochenen Strahlen  $EH$  und  $FA$  vergieren also stärker voneinander als die ursprünglichen Strahlen  $BE$  und  $GC$ .

Der Winkel  $GBE$  wird kleiner, der Winkel  $BEH$  größer und deshalb sind  $GB$  und  $EH$  nicht parallel, sondern würden sich schneiden, wenn sie nach  $H$  zu weitergehen würden. Die gebrochenen Strahlen  $EH$  und  $FA$  vergieren also stärker voneinander als die ursprünglichen Strahlen  $BE$  und  $GC$ .

CXXX. Lehrsatz. Hat die konkave Oberfläche einen größeren Radius als die konvexe, so konvergieren die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen nach dem Durchgang durch die Linse zwar stärker (oder nach einem kürzeren Abstand, wenn bloß die konvexe Oberfläche vorhanden gewesen wäre), wenn der Radius der Konkavität größer als das Dreifache des Radius der Konvexität; in der Regel (und nach einem größeren Abstande), wenn der Radius der Konkavität kleiner als das Dreifache war.

Oder:

Indem die Konkavität von größerem Radius die Konvexität von kleinerem abschwächt, wird die Wirkung einer Konvexität von sehr großem Radius hergebracht. Solche Linse möge Meniskus genannt werden. Sie wirkt wie eine reine Konvexlinse.

$CF$  und  $BE$  [Fig. 37] mögen gebrochene Strahlen innerhalb des Körpers sein, und herkommen von dem fernen Punkt. Sie werden also nach  $EF$  hin konvergieren, nach XXXIV. Abgedessen wird  $EF$  kleiner sein als  $BC$ . Aber gleichzeitig der dazu gehörige Kreis größer. Daher fällt  $BE$  weniger tief in  $E$  ein als in  $B$ , und deshalb wird auch die Refraktion in  $E$  kleiner sein als in  $B$ . Folglich ist Winkel  $BEH$  größer als  $EBG$ . Deshalb sind  $HE$  und  $BG$  nicht unter sich parallel, sondern würden sich in der Verlängerung schneiden, und so werden  $EH$  und  $FH$  unter sich nach  $H$  hin konvergieren.

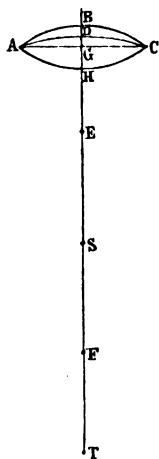
[72] Es sei nunmehr  $A$  [Fig. 37] das Zentrum des Kreises  $EF$  und  $CH$  das Dreifache von  $CA$ . Und unterhalb  $H$  befindet sich der Punkt  $R$ . Wäre  $BC$  allein vorhanden, dann würden  $E$  und  $CF$  auf  $H$  konvergieren, nach XXXIV. Ferner sei  $R$  das Zentrum des Kreises  $EF$ . Nachdem das Lot  $ER$  gezogen wird, wird  $BE$  von  $ER$  fortgebrochen (nach II) und schneidet mit  $CH$  oberhalb von  $H$ , in  $P$ . Daher konvergieren  $EP$  und  $FP$  stärker als  $BE$  und  $CF$ ; und der Abstand  $CP$  des Schnittpunktes  $P$  ist kleiner als  $CH$ . Andererseits liege der Mittelpunkt des Kreises  $EF$  oberhalb von  $H$ , z. B. in  $P$ , und gezogen sei das Lot  $EP$ ; dann wird der Strahl  $BE$  in  $E$  von dem Lot weiter abgebrochen werden als  $EH$ , nach II., und wird sich nach der Brechung mit  $FH$  unterhalb  $H$  schneiden; der Schnittpunkt sei  $R$ . Daher wird die Divergenz von  $ER$  und  $FR$  geringer sein, als die von  $BE$  und  $CF$ , und der Schnittpunkt  $R$  wird in den Abstand  $CR$ , der größer ist als  $CH$ , hinausgeschoben. Befindet sich das Zentrum von  $EF$  in  $P$ , anderthalb Durchmesser unterhalb  $C$ , so fällt auch der Schnittpunkt in  $H$ , und es hat  $EF$  weder einen fördernden, noch hemmenden Einfluß auf  $BC$ .

CXXXI. Lehrsatz und Aufgabe. Den Schnittpunkt für einen Meniskus zu finden. Oder: je dünner die Linse ist, um so weiter rückt der Schnittpunkt ab.

$ABCD$  [Fig. 38] sei der Meniskus und  $E$  und  $F$  die Zentren. Würde die Konvexität von  $ABC$  allein die Brechung bewirken,

so würde der Schnittpunkt drei Halbmesser  $BE$  entfernt nach XXXIV. Sie tut dies aber [so gut wie] allein, we

Fig. 38.



Kreis der Konkavität  $ADC$  das Dr von dem der Konvexität  $ABC$  beträg ist, wenn  $BF$  dreimal so groß ist, al Weil nämlich der Schnittpunkt drei Halb  $BE$  entfernt ist, so würde auch der S punkt im Zentrum  $F$  des Kreises  $AD$  [73] weil die Strahlen bei ihrem Durc durch den Körper  $ABC$  alle senkrech  $ADC$  auftreffen würden; sie würden nicht gebrochen werden. Der Schnit der Linie  $ABCD$  liegt also drei messer ab.

Ist aber die Linse auf beiden Seiten konvex, wie  $ABC$  und  $AHC$ , so lie Schnittpunkt einen Halbmesser  $BE$  entfernt, in  $E$ , nach XXXIX.

Drittens, wenn die Linse  $AGCH$  in plan ist, so werden die Parallelen in gar nicht gebrochen und sich in eine fernung von zwei Halbmessern (nach schneiden, in  $S$ .

Viertens, wenn man zwei Linsen zusammenlegte, wü Schnittpunkt um die Hälfte von  $EB$  entfernt sein, nach

Aus diesen Fällen geht nun hervor, daß die Entf des Schnittpunktes sich ungefähr in dem Verhältnis verg in dem die Dicke  $BD$  der Linse gemindert wird. Denn die Dicke zweimal  $BH$  beträgt, dann wäre der Abstand die von  $BE$ . Beträgt jene einmal  $BH$ , so ist dieser einm beträgt jene die Hälfte, nämlich  $GH$ , dann ist jener 2  $BE$ , nämlich  $BS$ . Ferner, wenn von  $GH$  oder  $BG$  weniger als der dritte Teil abginge, so kommt dadurch zwei Halbmessern  $BE$  und  $ES$  noch der dritte  $SF$  hin

Daß aber  $DG$  weniger als der dritte Teil von  $B GH$  ist, wird folgendermaßen bewiesen:

Es ist  $BE=r$ ;  $BF=3r$ ;  $AE=r$ ;  $AF=3r$ . Bei man Winkel  $AEG$  mit  $\alpha$  und Winkel  $AFG$  mit  $\alpha_1$ ,

$$\begin{aligned} 1) \quad GB &= r - EG, \\ &= r - r \cdot \cos \alpha, \\ &= r(1 - \cos \alpha), \end{aligned}$$

$$2) AG = r \cdot \sin \alpha = 3r \cdot \sin \alpha_1; \text{ daraus}$$

$$3 \sin \alpha_1 = \sin \alpha,$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{1}{3} \sin \alpha,$$

$$3) GF = 3r \cdot \cos \alpha_1,$$

$$DG = 3r - 3r \cdot \cos \alpha_1,$$

$$= 3r(1 - \cos \alpha_1).$$

Setzt man nun zunächst  $\alpha = 30^\circ$ , so wird  $\sin \alpha_1 = \frac{1}{6}$ ; also

$$\alpha_1 = 9^\circ 36'$$

und ferner:

$$\cos \alpha = 0,866\,0254,$$

$$1 - \cos \alpha = 0,133\,9746,$$

$$1a) GB = 0,133\,9746 \cdot r.$$

Da  $\cos \alpha_1 = 0,985\,9962$  und  $1 - \cos \alpha_1 = 0,014\,0039$ , so wird die Gleichung 3) zu:

$$3a) DG = 0,014\,0039 \cdot 3 \cdot r = 0,042\,0117 \cdot r.$$

Daraus ergibt sich:

$$GB : DG = 0,1339746 : 0,0420117$$

$$> 3 : 1.$$

Die entsprechenden Werte für  $\alpha = 30'$  sind:

$$2b) \sin \alpha_1 = \frac{1}{3} \sin 30',$$

$$\alpha_1 = 10',$$

$$1 - \cos 30' = 0,000\,0381,$$

$$1b) GB = 0,000\,0381 \cdot r,$$

$$\cos \alpha_1 = 0,999\,9959,$$

$$1 - \cos \alpha_1 = 0,000\,0041,$$

$$3b) DG = 0,000\,0041 \cdot 3r,$$

$$= 0,000\,0123 \cdot r,$$

Daraus:

$$GB : DG = 0,0000381 : 0,0000123,$$

$$> 3 : 1 *).$$

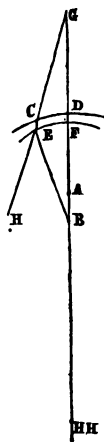
\*) Die Rechnung Keplers ist hier modernisiert worden, um dem Leser die heute schwer verständliche Verwendung des sinus totus, sinus versus usw. zu ersparen. Doch sind die trigonometrischen Tabellenwerte Keplers beibehalten worden, obwohl die

Also in dem Grade als die Linse geschwächt wird, Grade vergrößert sich ungefähr der Abstand des Schnittpunkts.

CXXXII. Lehrsatz. Wenn die Konkavität kleineren Radius hat als die Konvexität, dann divergieren die Strahlen, welche von einem Punkt aus der einen Durchmesser vor der Konvexität liegt, dem Durchgang durch die Linse stärker. Oder wenn die Konvexität von größerem Radius, die Konkavität von kleinerem abschwächt, wird das erreicht, wie von einer Konkavität mit sehr großem Radius.

Denn die im Körper verlaufenden Strahlen  $CE$  und  $DF$  [Fig. 39], welche vom Punkt  $G$  kommen, sind, wenn

Fig. 39.



einen Durchmesser von der Konvexität aus parallel, nach XXXV. Deshalb schneiden sich die Strahlen auf der konkaven Oberfläche  $EF$  schiefer als die auf der konvexen Oberfläche  $CD$ ; das übrige wie in CXXIX. Ist  $G$  näher, so divergieren  $CE$  und  $DF$  innerhalb des Körpers der Linse zu, nach XXXVII, noch mehr aber die Luft gebrochenen Strahlen  $EH$  und  $FB$ , nach

[75] CXXXIII. Lehrsatz: Wenn die Konkavität einer Linse, deren andere Oberfläche konvex ist, ihren Mittelpunkt nach innen dem der Konvexität liegen hat, so werden auch die von einem fernen Punkt kommenden Strahlen durch die Linse divergierender gemacht. Sie kommt einer rein konkaven Linse von sehr großem Radius gleich.

Denn ist der Punkt  $G$  fern, so sind die ihm ausgehenden Strahlen  $GC$  und  $GD$  parallel. Nach CXXIII. Also werden  $CE$  und  $DF$  innerhalb

des Körpers konvergieren, nach XXXIV, als wenn sie sich schneiden wollten im Punkte  $HH$ , welcher auf demselben Durchmesser der Konvexität entfernt ist. Würde nun ein kleinerer Kreis durch  $E$  beschrieben, so würden  $EB$  und  $FB$  einen verhältnismäßig größeren Teil des

neueren Tafeln schärfere Werte geben. *Kepler* will beweisen, daß  $GB:DG > 3:1$  ist, wenn der Bogen  $AB$ , d. i. der Winkel  $GBA$  die Größe  $30^\circ$  nicht übersteigt. Einen gültigen Beweis liefert er nicht, sondern begnügt sich, rechnerisch darzulegen, daß seine Behauptung an den Grenzen, etwa:  $\alpha = 30^\circ$  und  $\alpha = 30'$ , stimmt. Wir verweisen auf *Keplers Rechnung* wie oben schreiben. O.-L. Dr. Trost.

abschneiden als es  $CD$  von seinem Kreise ist. Dies ist klar; wenn  $CE$  nach  $HH$  zu gerichtet ist, so liegt der Punkt  $E$  unterhalb der Linie  $CB$ . Erst  $CB$  (und nicht  $CHH$ ) würde solche Teile abschneiden. Um noch viel mehr wird also  $EF$  dann ein verhältnismäßig größerer Teil seines Kreises sein, dessen Zentrum oberhalb  $B$ , etwa in  $A$  liegt. Weil also der Teil  $EF$  größer ist als  $CD$ , so ist auch die Neigung von  $BE$  zu  $EF$  größer als zu  $CD$ . Die Refraktion in  $E$  nach innen ist deshalb auch größer, nach II, als die in  $C$  nach innen, auf  $BDG$  zu. Deshalb sind  $GC$  und  $EH$  nicht parallel. Und da  $GC$  und  $GD$  nach Voraussetzung parallel sind, so werden ihre zugehörigen in  $E$  und  $F$  an der konkaven Grenzfläche des dichten Körpers gebrochenen Strahlen  $DB$  und  $EH$  divergieren.

CXXXIV. [Lehrsatz.] Verschiedenartige, reine Linsen aufeinandergelegt kommen in ihrer Wirkung einer gemischten Linse gleich und schließlich auch einer reinen.

Beweis ungefähr wie in CXXV. Es sei nämlich, Fig. 40,  $OP$  eine konvexe und  $QR$  eine konkave Linse, und es werden die beiden konvexen Oberflächen von  $OP$  in eine einzige konvexe  $ST$ , Fig. 41, übertragen, nach LXXIX.

Man mag aber auch nach CXXVI die beiden Konkavitäten von  $QR$  in eine einzige  $VX$  übertragen, und so entstehe die Linse  $STXV$  von gemischter Art. Hat nun die die Konkavität  $VX$  das Übergewicht, wenn nämlich ihr Radius der kleinere ist, dann wirkt die gemischte Linse wie eine reine konkave, nach CXXXIII. Und so wirken  $OP$  und  $QR$ , die von verschiedener Art sind, wenn sie zusammen verbunden werden, wie eine rein konkave von sehr großem Radius. [76] Hätte aber die Konvexität  $ST$  das Übergewicht wegen des kleineren Radius, wie in der Figur zu Lehrsatz CXXXI, wo im Meniskus die Konvexität  $ABC$  größer ist als die Konkavität  $ADC$ , so kommt die gemischte Linse  $SX$  und ebenso auch zwei aneinandergelegte  $OP$  und  $QR$  einer rein konvexen gleich, nach CXXX.

CXXXV. Aufgabe. Ein Instrument zu konstruieren mit einer Konvexlinse von großem Radius, das kürzer ist, als die Fabrikanten gewöhnlicher Instrumente erwarten.

Fig. 40.



Fig. 41.





Man erreicht dies durch Verdoppelung der einzigen Konvexlinse, wobei die eine innen versteckt ist, was der Beobachter nicht wissen darf. Nach CXXV.

CXXXVI. Aufgabe. Ein Instrument herzustellen mit einem Konkavglase von großem Radius (welches den Radius des konvexen noch übertrifft) durch das die Gegenstände größer dargestellt werden, als es die Fabrikanten gewöhnlicher Instrumente erwarten.

Dies geschieht dadurch, daß man zwei Konkavlinsen statt einer nimmt, wovon der Beobachter nichts merken darf. Nach CXXVII.

CXXXVII. Aufgabe. Mittels einer Konvexlinse von kleinem Radius, kleiner sogar als der Radius der Konkavlinse am Auge (was ungereimt erscheint nach CVII) eine außerordentliche Länge des Instrumentes zu erreichen und die Gegenstände ungeheuerlich groß zu machen.

Entweder verbinde man mit ganz bestimmter Anpassung die Konvexlinse von kleinerem Radius mit der Konvexlinse von größerem Radius, die innen verborgen und nicht sichtbar ist, und der Erfolg wird da sein, nach CXXXIV. Oder aber, man muß eine gemischte Linse benutzen, die Konvexität von kleinerem Radius nach außen und die Konkavität von größerem Radius nach innen, nach CXXX. Die Position der anderen Konkavlinse, welche an das Auge gebracht werden muß, ist nach CXXXI zu ermitteln. Ein Versuch kann auch mittels CXXVIII gemacht werden.

[77] CXXXVIII. Lehrsatz. Bleibt der Abstand der Linse vom Auge gleich, und geht die Linie aus dem Auge nach dem Zentrum der Linse durch die Mittelpunkte der Konvexitäten, beziehungsweise Konkavitäten, so fallen die Refraktionen, die von den beiden ungleichen Oberflächen der Linse man auch dem Auge zukehren mag, nahezu gleich aus.

Dies scheint ungereimt und gegen die Lehrsätze XXXIV und XXXV. Denn in der Figur 42 bringt die dem Parallelen zugewendete konvexe Oberfläche des dichten Mediums  $BCD$  diese Parallelen zusammen in den Punkt  $F$ , im Abstand von anderthalb Durchmessern. Aber in [der Figur zu] Lehrsatz XXXV bringt die abgewendete [konvexe] dichte Oberfläche  $PQR$ , dieselben zusammen in  $S$ , in einem Durchmesser Abstand. Man muß sich aber erinnern, daß dort die Rede von

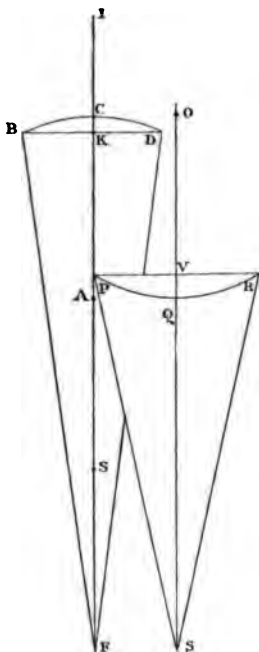
der einzigen Oberfläche ist, während jede Linse notwendig deren zwei hat. Ebenso werden die Parallelen in **Fig. XXXIV** als in der Luft befindlich angenommen, in **Fig. XXXV** aber innerhalb des dichten Körpers, deshalb man sie nicht miteinander vergleichen. Der Unterschied ist klar, wenn jede von beiden Linsen auch auf der anderen Seite begrenzt wäre, so daß  $F$  und  $S$  die Schnittpunkte

wären. Denn wir wollen um  $F$  einen Kreisbogen  $BKD$  als andere Fläche beschreiben. Dieser schneidet  $IAF$  in  $K$  und  $BCD$  in den Punkten  $B$  und  $D$ , so daß alle Strahlen, die sich in  $F$  schneiden, zu  $BCD$  senkrecht stehen und infolgedessen in  $BKD$  nicht gebrochen werden. [78] In der anderen Figur **Lehrsatz 35** sei der Bogen  $PQR$  ähnlich dem Bogen  $BKD$ , und  $Q$  der mittlere Punkt desselben. Die Endpunkte  $P$  und  $R$  verbunden durch eine Gerade, das Lot  $OQS$  in  $V$  schneidet, die gleichzeitig die andere, plane Fläche darstellt. Diese wird von den zu  $OQ$  parallelen Strahlen winklig geschnitten. Deshalb schneiden sie in  $PVR$  gar nicht genau, und der Schnittpunkt bleibt

Nunmehr ist es klar, daß die Strahlen, von denen eine den Schnittpunkt in anderthalb Durchmesser  $CF$ , andere in einem Durchmesser haben, den Schnitt der Parallelen be-

zeichnen, daß solche Linsen verschiedene Dicke haben müssen, obgleich sie der Konvexität nach ähnlich und gleich sind. Jene hat die geringere Dicke  $CK$ , diese die größere  $QV$ . Die Differenz ist der arcus sinus versus<sup>48)</sup>  $BK$ . Deshalb ist es nicht zu verwundern, daß bei jener der Abstand des Schnittpunktes der Parallelen der Halbmesser, bei dieser nur zwei beträgt, nach **CXXXI**. Die Wahrheit des Lehrsatzes wird aber auch auf folgende Weise einleuchten. Es möge in Figur zu **Lehrsatz XXXIV**

Fig. 42.



die Fläche  $BCD$  der Linse  $BCDK$  von den parallelen Strahlen abgekehrt werden, während die Punkte  $BD$  fest bleiben, so daß die Parallelen zuerst auf die konkave Oberfläche des dichten Mediums  $BKD$  auftreffen. Sie werden dann innerhalb des dichten Körpers divergieren nach  $BCD$ , der konvexen Oberfläche, nach  $XC$ . Wären sie aber innerhalb des Körpers parallel geblieben, wie in der Figur zu Lehrsatz XXXV, so hätten sie sich in einer Entfernung von zwei Halbmessern hinter der Konvexität geschnitten, nach Lehrsatz XXXV. Da sie aber auf  $BCD$  zu divergieren (wie wenn sie in der zweiten Figur gegen  $PQR$  konvergieren), so ist es ganz in der Ordnung, daß sie sich erst weiter hinter  $S$  schneiden, nach XI, nämlich in  $F$ . Dasselbe ist auch an der Figur zu Lehrsatz XXXV leicht zu beweisen. Wird nämlich  $PQR$  den Parallelen zugekehrt, so konvergieren die Strahlen innerhalb des Körpers so, als ob sie sich in einer Entfernung von anderthalb Halbmessern schneiden wollten, wie in  $BCD$  auf  $F$  hin. Wenn sie also bei ihrem Wege innerhalb des Körpers konvergieren und also konvergent auf dessen ebene Grenzfläche stoßen, so fallen sie geneigt auf diese und werden schon an der ebenen Fläche jeder von dem zu seinem Punkt gehörigen Lote abgebrochen. Und da sie nun in Ansehung der ganzen Linse abweichen, sowohl unter sich innerhalb des Körpers als auch von ihren Loten, so werden sie nach der Brechung draußen in der Luft um so mehr aufeinander zugehen, indem die einzelnen sich von ihren Loten entfernen. Und so ist es nicht wunderbar, daß sie schneller zum Schnitt kommen, als erst in einer Entfernung von anderthalb Durchmesser, nämlich in  $S$ . Und diese Darlegung erweist im allgemeinen die Behauptung. [79] Indessen ist die Verschiedenheit nur geringfügig, und ich gebe deshalb keine exakte Beweisführung. Wer aber zahlenmäßig diese Unmerklichkeit feststellen will, mag so verfahren, wie ich selbst es bei Lehrsatz XXXIV getan habe.

CXXXIX. Aufgabe. Beide Gläser sollen konkav sein, sowohl das nach dem Auge zu als das, welches nach dem Gegenstande gerichtet ist, und doch soll ein Erfolg erreicht werden.

Entweder setze man außen nach dem Gegenstande hin an Stelle eines einzelnen Konvexglases ein sichtbares Konkavglas, dem innen ein geheimes Konvexglas angefügt wird, von entsprechend kleinerem Radius, wie in Lehrsatz CXXXVII; oder man verwende an derselben Stelle ein gemischtes Glas, wie in

**Lehrsatz CXXXVII**, dessen konkave Fläche nach außen gebogen sei. Denn nach CXXXVIII ist es gleichgültig, wie man es setzt.

**CXL. [Aufgabe]**: Ein Fernrohr zu verfertigen, dessen beide Gläser konvex sind, sowohl das nach dem Auge, als das nach dem Gegenstand hin gerichtete, und doch soll der Erfolg erreicht werden.

Nach dem Auge zu setze man für ein einziges Konkavglas ein konvex-konkaves mit einer konkaven Oberfläche von kleinerem Radius, und man richte es so ein, daß die konvexe Oberfläche von größerem Radius außen nach dem Auge zu stehen werde, die konkave unsichtbar an der Innenseite, nach CXXXIV. Oder man verwende nach dem Auge zu ein gemischtes Glas, dessen Konvexität von großem Radius nach außen vorsteht, dessen Konkav von entsprechend kleinerem Radius nach innen gerichtet ist, nach CXXXIII.

**[80] CXLI. Aufgabe**. Ein Fernrohr zu verfertigen, dessen Glas nach dem Auge hin konvex, nach dem Gegenstande hin konkav ist.

Es ist dies eine Verbindung von CXXXIX und CXL. Was nämlich dort in beiden Gläsern getrennt bewirkt wurde, das muß hier durch die Verbindung der beiden geschehen.



## Anmerkungen zu Keplers Dioptrik.

---

Vorbemerkung. Bei dem Studium der Dioptrik *Keplers* muß man sich immer vergegenwärtigen, daß ihm z. Z. der Abfassung seines Werkes die beiden wichtigsten dioptrischen Gesetze unbekannt waren: das strenge Brechungsgesetz und das Gesetz der konjugierten Brennweiten. Seine Darstellung der Linsenwirkungen und seine Beweise haben infolge dessen häufig etwas Umständliches und Gequältes. Wenn *K.* trotzdem eine solche Fülle von richtigen Ergebnissen zutage förderte, so zeigt sich gerade hierin seine divinatorische Begabung.

1) *Zum Titelblatt.* Das Original enthält noch den Zusatz »Vorausgeschickt sind die Briefe *Galileis* über die neuen und bewundernswerten Entdeckungen, die seit der Herausgabe des ‚*Nuncius Sidereus*‘\*) am Himmel gemacht sind.

Ferner

Kritik der Vorrede des *Johannes Pena* aus Frankreich zu der Optik des Euklid, über die Anwendung der Optik in der Philosophie.\*

Beides ist im folgenden nicht mit aufgenommen.

2) *Zu S. 4.* Professor *Papius* schreibt 1606 an *K.*: »Wären doch Ihre Paralipomena [ad Vitellionem seu Astronomiae pars optica, in Frankfurt 1604 erschienen] ebenso klar wie sie geistvoll und fein erdacht sind. Mir ist in meinem ganzen Leben auf dem gesamten Gebiete der Mathematik, fast möchte ich sagen der gesamten Philosophie, nichts ebenso Schweres vorgekommen. Opfern Sie doch Ihrem langjährigen, dem Greisenalter sich nähernden Freunde ein paar günstige Stunden und

---

\*) Vgl. Seite 116 Lebensbeschreibung *Keplers*.

freien Sie mich derart von meinen Zweifeln, daß ich das, was Sie meinen, durch klare Worte verstehe. Fast bei jedem Ihrer Lehrsätze bin ich in Zweifel, ob Sie alles genügend erklärt haben, oder ob ich auch nur den kleinsten Teil Ihrer Darlegungen begriffen habe . . .

Dieser »greise« Freund war damals 48 Jahre alt und, wie er selbst versichert, in den mathematischen Wissenschaften besonders bewandert. Ein authentisches Zeugnis, wie weit K. seinen Zeitgenossen vorausgeeilt war.

3) Zu S. 8. Im Mittelalter definierte man den  $\sin$  nicht in einem Kreise mit dem Radius 1, sondern mit einem beliebigen Radius. Der Wert des  $\sin 90^\circ$  ist dann  $= r$ , und  $r$  wurde *sinus totus* genannt. Erst seit *Euler* pflegt man ständig  $\sin 90^\circ = 1$  zu setzen.

*Distantia Solis* = Polhöhe. Winkel  $EBH$  ist (als Scheitelwinkel) gleich dem Winkel zwischen Pol, Erde und Sonne. Er ist der Neigungswinkel  $K$ 's und gleichbedeutend mit dem modernen Einfallswinkel.

Die von  $K$ . angegebene Proposition würde also zu schreiben sein:

$$BE : EH = 1 : \operatorname{tg} EBH,$$

der modern:

$$\operatorname{tg} EBH = \frac{EH}{EB}.$$

(Dr. J. Tropfke.)

4) Zu S. 9. Vgl. Anm. 3.

5) Zu S. 9. Unter Refraktionswinkel versteht  $K$ . den Winkel, unter dem der gebrochene Strahl gegen den einfallenden geneigt ist. Es ist hier der (kleinere) Tangentenwinkel zur Sehne  $EB$ , der ja bekanntlich durch den halben Bogen  $EB$  gemessen wird.  $K$ . wählt also als Maß der Ablenkung nicht den von uns Brechungswinkel genannten Winkel, sondern dessen Differenz mit dem Einfallswinkel. Vielleicht ist diese Wahl schuld daran gewesen, daß  $K$ . das Sinusgesetz der Strahlenbrechung nicht fand, an dem er doch so oft und so nahe vorbeistreift.

6) Zu S. 10. Grundsatz VII ist grundlegend für  $K$ 's dioptrische Anschauungen und sagt aus, daß für Winkel unter  $90^\circ$  die Refraktionswinkel (im  $K$ 'schen Sinne) proportional sind den Neigungswinkeln des einfallenden Strahles, d. h. nach heutiger Bezeichnung den Einfallswinkeln. Dies  $K$ 'sche Axiom

spricht in vollkommen scharfer Form den Satz aus, daß für kleine Winkel das Brechungsgesetz lautet: »Der Brechungswinkel ist dem Einfallswinkel proportional.« Zur Entwicklung der Theorie des Fernrohrs auch im modernsten Sinne bedürfen wir nur dieses letzteren Satzes und nicht des Brechungsgesetzes in seiner vollkommenen Form, da die Neigungen der Strahlen hier immer nur sehr gering sind. Die Voraussetzungen *K.*s müssen demnach in bezug auf das vorliegende Problem als notwendig und hinreichend betrachtet werden. Dies verdient um so mehr hervorgehoben zu werden, als man *K.* gerade bei seiner Dioptrik aus der Unkenntnis des strengen Brechungsgesetzes einen Vorwurf hat machen wollen. Die *K.*sche Proportionalitätskonstante fällt ja allerdings nicht mit dem zusammen, was wir heute unter Brechungsexponent verstehen. Bezeichnen wir nämlich den Einfallswinkel (*K.*s Neigungswinkel) mit  $\alpha$ , den Brechungswinkel mit  $\beta$ , so ist der Refraktionswinkel *K.*s ausgedrückt durch  $\varphi = \alpha - \beta$ , und nach Grundsatz VII. besteht die Gleichung:

$$\alpha - \beta = c \cdot \alpha,$$

in der  $c$  die *K.*sche Proportionalitätskonstante ist. Hieraus folgt:

$$\alpha = \frac{1}{1 - c} \cdot \beta,$$

während nach moderner Schreibweise für kleine Winkel die Beziehung besteht:  $\alpha = n \cdot \beta$ . Daraus folgt:

$$c = \frac{n - 1}{n}.$$

Das Brechungsgesetz würde also lauten:

$$\varphi = \frac{n - 1}{n} \cdot \alpha$$

oder für gewöhnliches Glas:

$$\varphi = \frac{1}{3} \alpha \quad (A. \text{ Gleichen.})$$

7) Zu S. 10. Dieser Grundsatz enthält implizite die Bestimmung des Brechungsexponenten des Glases zu 1,5, wie aus der Formel am Schluß der vorhergehenden Anmerkung hervorgeht.

8) Zu S. 10. Der von K. angegebene Wert für die größte Neigung stimmt sehr nahe mit dem strengen Brechungsgesetz überein. Denn der maximale Wert von  $\varphi = \alpha - \beta$  tritt auf bei  $\alpha = 90^\circ$ . Daraus ergibt sich, wenn  $n = 1,5$  gesetzt und das Brechungsgesetz in der Form  $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$  angewendet wird:

$$\sin \beta = \frac{1}{n}$$

$$\sin \beta = \frac{2}{3} = 0,6666$$

$$\beta = 42^\circ \text{ rund (genau } 41^\circ 50').$$

Es ist:

$$\varphi = 90^\circ - 42^\circ \text{ (genau } 90^\circ - 41^\circ 50').$$

Es ist:

$$\varphi = 48^\circ \text{ (genau } 48^\circ 10').$$

9) Zu S. 10. K. spricht hier deutlich aus, daß die Proportionalität zwischen Neigung und Refraktion nicht das strenge Brechungsgesetz darstellt.

10) Zu S. 15. Da diese Bezeichnungsweise nur für das astronomische einen praktischen Sinn hat, so ist im folgenden von ihr Abstand genommen.

11) Zu S. 16. Hier und im folgenden spricht K. häufig von Kreisen, wo er Kugelflächen oder Kugelabschnitte meint. Er hat wohl immer die Durchschnichtsfigur der Linse vor Augen gehabt, die ja natürlich von einem Kreisabschnitte begrenzt wird.

Definition XXXII entspricht dem heutigen Satze: »Brechkraft und Brennweite einer Linse sind umgekehrt proportional.«

12) Zu S. 16. Bei K. steht: »Lentis concursus«. Unter concursus radiorum seu linearum versteht K. gewöhnlich den Schnittpunkt bei konjugierten Brennweiten. In Definition XLII reserviert er den Ausdruck »concursus schlechtweg« für den Spezialfall parallel einfallender Strahlen, also ganz im Sinne unseres modernen »Brennpunktes«.

13) Zu S. 17. K. behandelt hier tatsächlich nur das Problem der Brechung an einer einzigen Fläche, für die ja bekanntlich der Brennpunkt ungefähr um den dreifachen Radius vom Scheitel entfernt ist. Die Wirkung der Planfläche zieht er nicht in Betracht. Man vergleiche die wiederholte Einschränkung im Lehrsatz und Beweis: »Wenn diesen Strahlen außer der Brechung beim Eintritt weiter nichts widerfährt.« Vgl. auch die Überschrift auf Seite 18 unten.



14) *Zu S. 19.* Vgl. Anmerkung 12. *K.* scheint es gegangen zu sein, daß jede dünne Linse ihre Brennpunkte gleicher Entfernung hat, gleichgültig, von welcher Seite parallele Licht auffällt.

Lehrsatz XXXVIII wird heute so formuliert:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Vgl. Seite 20 am Schlußsatz von XXXIX.

15) *Zu S. 21.* Während *K.*, wie aus dieser Stelle hervorgeht, wohl den allgemeinen Begriff der konjugierten Schnittweiten hatte, so fehlt doch bei ihm die strenge Formulierung dieses Zusammenhanges. *K.* hätte auch ohne Kenntnis des strengen Brechungsgesetzes mit seinen Mitteln und Voraussetzungen diese sehr wohl finden können, da sie unabhängig von der strengen Form des Brechungsgesetzes ist. Der treffende Zusammenhang ist bekanntlich ausgedrückt durch Formel:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

wo *a* die objektseitige, *b* die bildseitige Schnittweite und *f* Brennweite ist. Wird  $a = 2f$ , dann muß auch  $b = 2f$  werden.

16) *Zu S. 22.* Der Beweis ist nur zureichend bei Annahme, die *K.* stillschweigend zu machen scheint, daß beiden Kegel eine gemeinsame Achse haben.

17) *Zu S. 23.* Vgl. Anm. 12.

18) *Zu S. 26.* Vgl. CVI Seite 61 und die dazu gehörende Anmerkung 35.

19) *Zu S. 28.* Nennt man *P* den leuchtenden Punkt, *P'* sein aberrationsfreies Bild, so kann man sich die Aufgabe stellen, eine Fläche zwischen *P* und *P'* zu finden, die eine aberrationsfreie Abbildung durch Brechung bewirkt. Diese Fläche ist notwendig eine Rotationsfläche um die Achse *l*. Nennt man den Brechungsexponenten im Objektraum *n*, Bildraum *n'* und bezeichnet einen beliebigen Punkt der Fläche mit *A*, so ist

$$n \cdot AP + n' \cdot AP' = \text{Konstans}$$

die Gleichung der gesuchten Fläche. Sie führt nach ihrem Entdecker die Bezeichnung: Cartesianisches Oval und geht

parallel auffallende oder austretende Strahlen in einen Kegelmitt über.

Die *K.*sche Betrachtung hat nur eine Bedeutung für Strahlen bei geringer Achsenneigung, da nur in diesem Falle die von *K.* vorausgesetzte Proportionalität von Neigungswinkel und Refraktion zutrifft.

20) Zu S. 29. Diese ganze lichtvolle Darstellung und Erklärung des Sehaktes ist ein glänzender Beweis von *K.*s Genie. Vergleicht man damit den Wust unsinniger Behauptungen und Vermutungen seiner Vorgänger, seiner Zeitgenossen, ja sogar der seiner Nachfolger bis in das erste Viertel des 19. Jahrhunderts hinein, so wird man erst der überragenden Größe des durchdringenden Geistes inne. *K.* verlegt als erster das Bild der Außenwelt in die Netzhaut und führt die Bedingungen an, unter welchen das Sehens richtig darauf zurück, daß von einem Punkt der Außenwelt ein scharfes Bild auf der Netzhaut entworfen wird. Auch mit seiner Annahme eines „geistigen Stoffes“ innerhalb der Netzhautsubstanz, der durch das Bild des Gegenstandes chemisch verändert wird, hat er das erst 260 Jahre später *Boll* entdeckte Sehret der Netzhaut voraus gesehnt, und ebenso hat sich seine Vorstellung, daß der Eindruck der Verformung der Netzhaut weiter nach dem Gehirn geleitet, dort empfunden und gedeutet wird, als vollkommen richtig erwiesen, obwohl über den speziellen Weg vom Auge zu dem betreffenden Gehirnteil konnte er sich bei dem damaligen Stande der Hirn- und Nerven-anatomie noch kein richtiges Bild machen.

21) Zu S. 31. *K.* streift hier nur die Frage der Akkommodation, um erst später, in LXIV, näher auf sie einzugehen. Es schließt vollkommen logisch aus der Tatsache der Akkommodation auf das notwendige Vorhandensein einer Vorrichtung im Auge, mittels deren eine Einstellung auf die veränderte Entfernung ermöglicht wird, und sucht deshalb nach Muskeln im Augeninneren, die die Entfernung des hinteren Teiles der Netzhaut von der Linse vergrößern könnten. Ganz richtig vermutet er in den Ziliarfortsätzen die Vermittler der Akkommodation. Aber er stellt sich den Vorgang umgekehrt vor, als *Helmholtz* tut. Das normale (emmetropische) Auge ist bestimmt in seiner Ruhestellung für die Ferne, d. h. auf parallel einfallende Strahlen, eingerichtet, die es auf seiner Netzhaut in einem scharfen Bilde vereinigt. Geht das Auge nun zur Betrachtung eines näher gelegenen Gegenstandes über, so wächst die zugehörige, konjugierte Schnittweite über den Netzhautabstand

hinaus. Zwei Wege standen der Natur offen, um die Bildpunkte eines nahegelegenen Gegenstandes doch wieder auf die Netzhaut zu bringen. Entweder sie gab dem Auge die Möglichkeit einer Formveränderung in der Seachsenrichtung, oder sie stattete das Auge mit Veränderlichkeit seiner Brechkraft aus. Letzteres nimmt die *Helmholtz'sche* Theorie an, indem sie durch die Kontraktion des Ziliarmuskels und seiner Fortsätze die Linse stärker brechend macht und damit die Brechkraft des Auges erhöht. Durch die nachweisbare Veränderung der Spiegelbilder der Linse hinsichtlich ihrer Größe und gegenseitigen Lage gewinnt diese Theorie nahezu Gewißheit. *K.* dagegen stellte sich vor, daß das Auge in Ruhe (d. h. für die Ferne adaptiert) Kugelgestalt besäße, bei der Akkommodation für die Nähe aber infolge der Kontraktion des ringförmigen Ziliarmuskels mehr Ovoidgestalt annähme, daß also die Seachse sich bei der Akkommodation verlängere und auf diese Weise das Bild des Gegenstandes wieder auf die Netzhaut gebracht würde.

22) *Zu S. 36.* *K.* versteht hier unter »Schnittpunkt« von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen den Brennpunkt der Konvexlinse. Seine Darstellung trifft allerdings nur auf übersichtliche Augen zu. Alle anderen Augen sehen den ferneren Gegenstand durch Konvexgläser zwar auch aufrecht, aber verschwommen durch Zerstreuungskreise. Vgl. den nächsten Lehrsatz LXXI.

23) *Zu S. 37.* *K.* erklärt hier die Korrektur der Alterssichtigkeit vordem normal gewesener Augen vollkommen richtig. Der Spielraum, der bei dieser Korrektur mit Brillengläsern für annähernd scharfes Sehen vorhanden ist, ergibt sich durch die Möglichkeit, mit Zerstreuungskreisen bis zu einer gewissen Grenze ausreichend scharf zu sehen. Die Grenze hierfür ist die Breite eines Netzhautzapfens.

24) *Zu S. 37.* *K.* meint hier wieder mit »Schnittpunkt der Parallelen« den Brennpunkt der Linse. Da dieser sich immer zwischen der Linse und dem von einem nahen Gegenstande erzeugten Bilde befindet, so sind hier die in LXX. angegebenen Bedingungen des Aufrechtsehens erfüllt.

25) *Zu S. 40.* *K.* hat hiernach eine vollständig richtige Einsicht in die Refraktionsverhältnisse des kurzsichtigen Auges.

26) *Zu S. 44.* Dieses Eingehen *K.*s auf die ganz unfruchtbare Frage, wie ferne Gegenstände durch Konvexgläser erscheinen, könnte sich vielleicht dadurch erklären, daß *K.* über

ig (Hypermetrop) war. Denn Übersichtige sehen durch (gute) Konvexgläser wirklich besser in die Ferne, während anderen Augen unter allen Umständen schlechter durch Konkavgläser zu sehen. Dem steht aber entgegen, daß *K.* sich für kurzsichtig und zugleich schwachsichtig gehalten hat. Schwachsichtigkeit ist vielleicht auf Hornhauttrübungen zurückzuführen, die er infolge der Blattern bekommen haben.

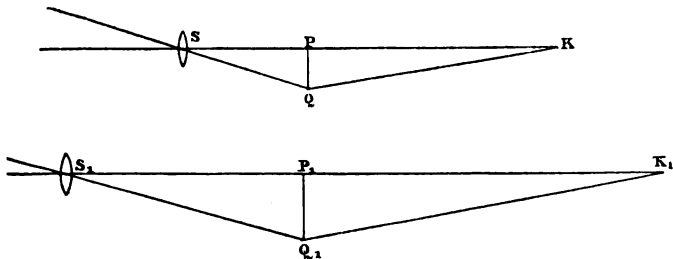
Es ist dies wenigstens ein häufiges Vorkommnis bei Augenerkrankung. Daneben kann natürlich auch noch Kurzsichtigkeit bestehen. Von den vielen Stellen, an denen *K.* von dem Auge spricht, kommt hauptsächlich in Betracht Paralipse ad Vitellionem Kap. V 5 (bei Frisch Seite 266), wo er sagt: »Wer schwachsichtig ist oder aus anderen Gründen

Gegenstände schlecht erkennt, glaubt statt einer Mond- eine zackige Reihe von zehn Phasen zu sehen ... mir, an diesem Fehler leidet« usw. »Jene 6 bis 8 bis 10 Monde«, oder an einer anderen Stelle, »schieben sich teilweise in- der«. Diese Beobachtung trifft für ein unbewaffnetes schwaches Auge zu, wie ich mich selbst überzeugte (mein Auge liegt 25 cm vor dem Auge).

7) Zu S. 45. *K.* meint hier die umgekehrten Bilder, die Konvexgläser von fernen Gegenständen entwerfen, und beweist den Satz, daß die scheinbare Größe der Bilder gleich ist, wenn sich die Entfernungen der Linsen vom Auge verhalten wie die Brennweiten, ein Satz, der wegen seiner Einfachheit in den Lehrbüchern der Optik überzugehen verdiente.

Mit den heutigen Mitteln würde der Beweis sich folgendermaßen gestalten:

Fig. 43.



Es seien  $K$  und  $K_1$  (Fig. 43) die Knotenpunkte,  $PQ$  und  $P_1Q_1$  die umgekehrten Bilder,  $S$  und  $S_1$  die Scheitel der sehr

dünn gedachten Linsen, dann sollen  $PQ$  und  $P_1Q_1$  von  $K_1$  aus unter demselben Winkel erscheinen. Da fern diese Bilder von demselben entfernten Gegenstande herrühren sollen, so muß auch Winkel  $PSQ = P_1S_1Q_1$  sein. Demnach ist die obere Figur der unteren in allen Teilen ähnlich, und es verhält sich:

$$KS : K_1S_1 = PS : P_1S_1,$$

d. h. die Entfernungen der Linsen vom Knotenpunkt des Auges verhalten sich wie ihre Brennweiten.

Dieser Satz kann auch zur Ermittlung der Brennweite eines Konvexglases benutzt werden.

28) Zu S. 48. Unter dieser »sichtbaren Halbkugel« steht  $K$ . offenbar das, was wir heute »Gesichtsfeld« nennen.

29) Zu S. 48. Sinngemäß: »daß aber das Auge der Linse näher ist als der Punkt, in dem es ein scharfes Bild erhalten würde.«

30) Zu S. 54. Mit Recht beschränkt sich  $K$ . im Beweise auf den Fall, daß der leuchtende Punkt zwischen dem Zentrum der Konkavität und dem Scheitel der ersten brechenden Fläche liegt. Denn in diesem Fall haben die Lichtstrahlen innerhalb des Linsenkörpers eine geringere Divergenz als vorher. Wenn er also nachweist, daß die folgende brechende Fläche die Divergenz mindestens wett macht, so ist der Beweis auch für jede beliebige andere Lage des leuchtenden Punktes geliefert.

31) Zu S. 56. Das heißt: das Gesichtsfeld wird kleiner.

32) Zu S. 56. Befindet sich ein Objekt von der Größe  $y_0$  in der Entfernung  $e$ , und läßt man eine Konkavlinse von der Brennweite  $f$  zwischen Auge und Objekt in der Richtung  $y_0$  hin sich bewegen, so sieht man das von der Konkavlinse entworfene Bild unter dem Gesichtswinkel:

$$\omega = \frac{y_0 \cdot f}{x \cdot e - x^2 + ef},$$

wo  $x$  den Abstand der Linse vom Auge bedeutet. Dieser Ausdruck wird für  $x = \frac{e}{2}$  ein Maximum.

33) Zu S. 58. Der Lehrsatz XCIX heißt im Original »Cava lens, si proxime oculum sit applicanda, aut omnia

minibus in certo intervallo, ut cum perspicilla naso inequit, tam cuique sua propria est, ad distinctam visionem efficiendam.«

Herr P. v. Winterfeld vermutet, daß die Worte dieses Lehrbuches vielleicht durch eine Korrektur K.s im Manuskript in Verwirrung gebracht sind, und daß sie etwa wie folgt gelautet haben: »Cava lens aut omnibus hominibus in certo intervallo adem, aut] si proxime oculum sit applicanda« usw., wobei allem auf lens bezogen werden muß. Diese Konjektur gibt dem optisch richtigen Sinn und ist deshalb auch der Überzeugung zugrunde gelegt.

34) Zu S. 60. Die hier von K. angegebene Kombination der Konvex- und Konkavlinse, die reelle vergrößerte Bilder bewirkt, ist identisch mit dem sogenannten »Teleobjektiv«, das in der Form von photographischen Objektiven in der neueren Zeit vielfache Verwendung findet. Nachdem Barlow und Littrow auf diese Linsenzusammenstellung hingewiesen hatten, war sie bald in Vergessenheit geraten und wurde vor etwa zehn Jahren plötzlich wieder Gegenstand einer lebhaften Diskussion.

(A. Gleichen.)

35) Zu S. 61. Die Vorstellung Portas von einer »Brennlinse« beruht, wie ich glaube, auf folgender rein theoretischen Überlegung. Läßt man parallele Strahlen, z. B. Sonnenstrahlen, auf eine Konvexlinse fallen, so werden sie von ihr gebrochen und schneiden sich im Brennpunkt. Daß ein brennbarer Stoff an diesem Brennpunkt sich entzünden kann, ist ja bekannt genug. Nun wird zwar zweifellos in der Spitze dieses von der Konvexlinse erzeugten Strahlenkegels (dem Brennpunkt) die größte Wärme herrschen, aber auch schon vor der Spitze sind die Strahlen so nahe aneinander gedrängt, daß Wärme erzeugt wird. Dies läßt sich praktisch leicht nachweisen, indem man die Kugel eines Thermometers in den Strahlenkegel bringt. Schon dicht hinter der Linse (von kurzer Brennweite) regt das Quecksilber an sich auszudehnen, und je mehr man der Spitze des Kegels nähert, desto höher steigt es. Nehmen wir nun an, wir ließen den Strahlenkegel z. B. 1 mm vor der Spitze, also an einer Stelle, wo schon relativ hohe Temperatur herrscht, auf eine kleine Konkavlinse fallen, deren Brennweite gleichfalls 1 mm beträgt, so würden die Strahlen parallel aus ihr austreten und einen ganz dünnen (1 mm starken) Strahlenzylinder darstellen, der an jedem seiner Querschnitte, ins Unendliche hinein, dieselbe Wärme anzeigen müßte.

Ein leicht entzündlicher Körper müßte also auch in jeder beliebigen Entfernung innerhalb dieses Strahlenzylinders zur Verbrennung gebracht werden können. Dies scheint theoretisch zunächst ganz richtig, praktisch aber wäre es schon wegen der ungleichmäßigen Brechung zumal so kleiner, stark brechender Linsen und ebenso wegen der unregelmäßigen Brechung in der Luft unmöglich. Man bedient sich zwar derselben Versuchsanordnung (nur mit Konkavlinen von großer Öffnung und Brennweite) auch heute, um sog. paralleles Licht für physikalische Zwecke herzustellen, doch gelingt es selbst mit dem besten Material nicht, wirkliche Parallelität der Strahlen weiter als auf 1—2 m herzustellen.

*Porta* scheint nun geglaubt zu haben, daß es nicht möglich sei, einen solchen dünnen Strahlenzylinder herzustellen, sondern er glaubte sogar, diesen dünnen Zylinder bis zu einer Linie konzentrieren, also den Brennpunkt gewissermaßen einer Brennlinie »ausziehen« zu können. Daß dies auch theoretisch unmöglich ist, weist *K.* ganz richtig nach.

Weniger glücklich ist *K.* in der Zurückweisung der anderen Deutung der *Portas*chen Behauptung. Zum Beweise geht er Herrn *A. Gleichen* im folgenden das Wort.

»Es ist ohne weiteres nicht ersichtlich, weshalb schwach konvergierende Strahlen in ihrem Schnittpunkt weniger Wärme erzeugen sollen, als dieselbe Anzahl Strahlen von starker Konvergenz. Indessen liegt der wahre Grund, weshalb die Brennwirkung in die Ferne unmöglich ist, in der Vergrößerung des Systems (im vorliegenden Fall des Teleobjektivs) begründet.

*K.* sowohl wie *Porta* macht die stillschweigende Voraussetzung, daß das Objekt ein auf der Achse gelegener, unendlich ferner, mathematischer Punkt sei, von dem aus die Strahlen auf die Konvexlinse parallel auffallen. Er nimmt ferner an, daß von diesem mathematischen Punkt aus eine endliche Energiemenge ausgesendet wird, die sich dann im Bildpunkt wieder finden müßte. Ein solcher Punkt kann aber immer nur eine unendlich kleine Energiemenge aussenden, so daß also die Übertragung einer Brennwirkung in die Ferne schon aus diesem Grunde unmöglich wäre.

Um die Erscheinung richtig zu würdigen, müssen wir uns als Objekt eine, wenn auch noch so kleine, Fläche vorstellen, die nun der Vergrößerung des Systems ausgesetzt wird.

Nennen wir den Gesichtswinkel, unter dem wir die Sonne sehen,  $\varepsilon$ , so erzeugen die sämtlichen auf die Linse von der

weite  $f$  auffallenden Strahlen in der Fokalebene ein **sbildchen** von dem Durchmesser  $\varepsilon \cdot f$ . Wendet man eine **ombination** an, deren konvexer Bestandteil die Brennweite  $f_1$  hat, so hat das in der **iven** Fokalebene erzeugte Sonnenbild den Durchmesser:

$$x = \frac{f_1 \cdot f_2 \cdot \varepsilon}{f_2 - f_1 + e},$$

nd das Bild selbst in die Entfernung  $\sigma$  rückt:

$$\sigma = \frac{(f_1 - e)f_2}{f_2 - f_1 + e},$$

die Entfernung der beiden Linsen voneinander ist. **ennen** wir ferner die von der Sonne auf die Öffnung der **gelangende** Wärmemenge  $Q$ , so erscheint diese ausgebreitet : Fokalebene auf einem Kreis von der Fläche:

$$\frac{x^2 \pi}{4},$$

auf der Flächeneinheit ist die Wärmemenge ausgebreitet:

$$\frac{4Q}{x^2 \pi}.$$

**aben** daher für das Maß der entwickelten Wärme, d. h. **ie** Wärmeintensität  $I$ :

$$I = \frac{4Q}{x^2 \pi} = \frac{4Q(f_2 - f_1 + e)^2}{\pi f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot \varepsilon^2}. \quad (\text{I})$$

**ieser** Wärmeintensität  $I$  vergleichen wir diejenige Wärme-**ität**  $I_0$ , welche die Konvexlinse mit der Brennweite  $f_1$  für **n** ihrer Fokalebene erzeugen würde.

**ie** wir schon sahen, erscheint in diesem Falle die Wärme-**e**  $Q$  ausgebreitet auf ein Scheibchen von dem Durch-

**r**  $\varepsilon f_1$ , das heißt von der Fläche  $\frac{\varepsilon^2 f_1^2 \pi}{4}$ . Also ist  $\frac{Q \cdot 4}{\varepsilon^2 f_1^2 \pi}$ . Folglich erhalte ich aus (I):

$$I = \frac{I_0(f_2 - f_1 + e)^2}{f_2^2}. \quad (\text{II})$$

**zahlenbeispiel**: Es sei die Brennweite  $f_1 = 20$  cm. Im **s** würde also die Wärmeintensität  $I_0$  herrschen. Setzt



man jetzt in einer Entfernung  $e = 16$  cm eine Negativlinse von der Brennweite  $f_2 = 5$  cm, so ergibt sich zunächst  $\sigma = 20$  cm, d. h. der Brennpunkt wird um 16 cm vorgeschoben. Als Intensität in dem neuen Fokus ergibt sich die letzte Formel (II):

$$I = \frac{I_0}{25}.$$

Die Intensität ist also doch schon auf  $\frac{1}{25}$  gesunken.

$\sigma$  wird unendlich groß, d. h. der Fokus rückt in unendliche Entfernung, wenn  $f_1 - f_2 + e = 0$  ist. In diesem Fall lehrt aber Formel (II), daß auch  $I = 0$  wird. Es würde diese Anordnung das holl. Fernrohr darstellen.

36) Zu S. 61. Diese Kombination stellt bekanntlich das holländische Fernrohr dar. Das Optimum des Verhältnisses der Brennweiten ist dabei 2 : 1, wobei die kürzere Brennweite der Konkavlinse zufällt.

37) Zu S. 65. *K.* variiert hier nur mehrfach den Satz, daß die Länge des holländischen Fernrohrs gleich der Differenz der Brennweiten vom Objektiv und Okular ist.

38) Zu S. 67. Das Gesichtsfeld wird aber kleiner.

39) Zu S. 67. Es tritt dann die Teleobjektivwirkung ein, aber die Gegenstände werden verschwommen.

40) Zu S. 68. Tatsächlich ist die Vergrößerung:  $V = \frac{F}{f}$ .

41) Zu S. 69. Infolge der Nichterfüllung der Abbeschen Sinusbedingung am Objektiv, nicht aber, wie man meinen könnte, infolge der sphärischen Aberration der Negativlinse. Denn die vom Okular erzeugte sphärische Aberration ist wegen des geringen Querschnittes der ins Auge gelangenden Bündel praktisch zu vernachlässigen, während der Objektivfehler gegen die Sinusbedingung durch eine stärkere Negativlinse entsprechend vergrößert wird (*A. Gleichen*).

42) Zu S. 69. Aus demselben Grunde wie in CXIX. Anm.

43) Zu S. 70. Unter Halbkugel versteht *K.* wieder das Gesichtsfeld.

44) Zu S. 70. Hierin liegt der Vorschlag, durch Blenden die Abbildung zu verbessern.

45) Zu S. 72. Das Wort *κενώσεις* deckt sich hier wohl am besten mit dem Ausdruck: »Vexierkonstruktionen.«

45<sup>a</sup>) Zu S. 75. Im Original »secans superficies perpendiculariter«, sinnwidrig und ohne Zweifel nur durch ein Abirren auf die vorhergehende Zeile.

ß) Zu S. 76. Anm. zur Figur 37. *K*. (sowohl wie *Frisch*) die Figur so gezeichnet, als ob sie der Hauptschnitt plankonvexen Linse wäre. Sie soll aber der Hauptschnitt positiven Meniskus sein, so daß *EF* keine Gerade, sondern Kreisbogen ist. Dies geht auch aus dem nachfolgenden hervor. (Da also *BE* und *CF* gegen die konkave Fläche *EF* konvergieren usw.)

γ) Zu S. 80. Die Worte: »nach innen von der Konkavität« bedeuten, daß der Durchmesser der Konkavität kleiner als Radius der Konvexität, und daß der Kreis der Konkavität zwischen Peripherie und Mittelpunkt des Kreises der Konvexität gelegen ist.



## Johannes Keplers Leben.

---

Lange Zeit stritten sich Weilderstadt, Magstadt und Leonberg (alle drei in Württemberg gelegen) um die Ehre, *Keplers* Geburtsort zu sein, bis dieser Streit durch das Bekanntwerden eines Briefes *K.s* an den Magistrat zu Nürnberg endgültig zugunsten des ehemals reichsfreien Städtchens Weilderstadt entschieden wurde. *K.s* Großvater *Sebald K.* war daselbst längere Zeit regierender Bürgermeister. Dessen Sohn *Heinrich K.* hatte sich am 15./5. 1571 mit *Katharina Guldenmann*, Tochter des Bürgermeisters von Eltingen, verheiratet. *Katharina* war einige Monate älter als ihr Mann. Beide standen im 25. Lebensjahr, als sie heirateten. *Johannes K.*, ihr Erstgeborener, kam am 27./12. 1571 (zwei Monate zu früh) auf die Welt.

Die Ehe war wohl keine glückliche. *K.* selbst schildert seine Mutter als starrköpfig, schwatzhaft und bössartig. Trotz dieser anscheinend unkindlichen Äußerungen hat *K.* sich zeitlebens als ein guter und aufopfernder Sohn seiner Mutter gegenüber bewiesen. Auch *K.s* Vater war von unruhigem Geist und verließ Frau und Kinder, manchmal auf Jahre, um fremde Kriegsdienste zu nehmen. Obwohl Protestant, focht er wiederholt unter *Alba* in Belgien. Einmal folgte ihm seine Frau dorthin. Beide kehrten 1575 zurück und fanden ihren Sohn *Johannes* noch schwer an den Folgen der Blattern leidend vor. Diese Krankheit scheint die Ursache von *K.s* schwachen Augen geworden zu sein, über die er sich häufig beklagt (vgl. Anm. 26). Die Eltern zogen jetzt nach dem benachbarten Leonberg, wo *K.* von seinem 4. bis 8. Lebensjahre verblieb und 1577 den deutschen Lese- und Schreibunterricht besuchte. Aber schon 1578 ging er in die Lateinschule über. Trotz seiner Schwäche wurde er von den wirtschaftlich mehr und mehr zurückgehenden Eltern zu den schwersten ländlichen Arbeiten gezwungen, bis sie endlich einsahen, daß er hierzu nichts taugt und ihn zum Studium bestimmten. Noch nicht 12 Jahre alt

bestand *K.* das sog. Landexamen in Stuttgart. Doch dauerte es noch anderthalb Jahre, bevor er in die (Adelberger und später die Maulbronner) Klosterschule eintreten durfte. Letztere verließ er nach drei Jahren, um die Universität Tübingen zu beziehen. Im selben Jahre ging sein Vater als Hauptmann in den Seekrieg der Neapolitaner gegen *Anton von Portugal*, kehrte zwar heil ins Vaterland zurück, starb aber eines plötzlichen Todes in der Nähe von Augsburg (*Hanschius*). Aus seiner Ehe waren sieben Kinder hervorgegangen, von denen drei frühzeitig starben. Mit der einzigen Schwester *Margarethe* (geb. 1584, vermählt mit dem Pfarrer *Georg Binder*) blieb *K.* dauernd in reger Verbindung.

Auch in Maulbronn war *K.* von schweren Krankheiten heimgesucht worden. Man kann überhaupt sagen, daß er es zeit lebens zu keiner einigermaßen festen Gesundheit gebracht hat. In seinen Briefen begegnen wir immer wieder Klagen über Fieberanfälle, Kopfschmerzen, Fröste usw.

Von seinen Tübinger Lehrern hat *Michael Maestlin* (geb. 1550), Professor der Mathematik und Astronomie, den größten Einfluß auf *K.* gewonnen. Später ward aus dem Lehrer der eifrigste Freund und Bewunderer seines ehemaligen Schülers. *Maestlin* war ein Anhänger der kopernikanischen Lehre, wagte es aber nicht, sich offen zu ihr zu bekennen. Er ist der Entdecker der wahren Ursache des sog. aschgrauen Lichtes am Monde, das durch den »Erdschein« hervorgebracht wird.

Infolge guter Zeugnisse wurde *K.* in das Tübinger Stift aufgenommen und auch ein Stipendium fiel ihm zu, so daß seine Lage sich äußerlich gut gestaltete.

Die ersten zwei Jahre hörte er Kollegien in der »Artistenfakultät«, in der Mathematik, Griechisch, Hebräisch, Rhetorik, Geschichte, Aristotelische Philosophie und griechische Klassiker erklärt wurden. Als Stifter war *K.* verpflichtet, nach zwei Jahren die Magisterwürde zu erwerben, was er mit Auszeichnung tat. Die nächsten drei Jahre mußte er Theologie studieren. Aber noch ehe er das letzte Studienjahr beendet hatte, nahm man ihn für die Mathematikprofessur der evangelischen Stiftsschule zu Graz in Aussicht. Die österreichisch-deutschen Provinzen waren damals nämlich vorwiegend protestantisch und wurden meist von Tübingen aus mit Pfarrern und Lehrern versorgt. *K.*, der sich durch eine etwas abweichende religiöse Auffassung bei den maßgebenden Personen in T. mißliebig gemacht hatte, wurde in diesem Falle auch von seinen Fein-

den aufs wärmste empfohlen, und so erhielt er, noch nicht ganz 23 Jahre alt, jene Stelle. Man entband ihn sogar freiwillig aller Pflichten, die er durch den Genuß des Stiftes für den württembergischen Kirchendienst übernommen hatte. Im Mai 1594 hielt er in Gr. seine erste Lektion.

Neben seiner Lehrtätigkeit mußte K. als »Landschaftsmathematikus« alljährlich einen Kalender mit Prognosen in bezug auf Wetter und allgemeine Politik anfertigen. Dieser Tätigkeit durfte er sich in den damaligen Zeiten nicht entziehen, obwohl er selbst in einem Briefe sie als töricht bezeichnet. Überhaupt spricht sich K. über sein Verhältnis zur Astrologie zu wiederholten Malen offen aus. Er bezeichnet die Astrologie mehrfach als »die läderliche Tochter der Astronomie, die durch ihre reicheren Einnahmen die Armut der Mutter erleichtern helfe.« Im »Tertius intervenicus, das ist, Warnung an etliche Theologos, Medicos vnd Philosophos, dass sie bey billiger Verwerffung des Sternguckerischen Aberglauben, nicht das kindt mit dem Badt ausschütten« usw. (1610) sagt K.: »Es ist wol diese Astrologie ein nährisches Töchterlein, aber lieber Gott, wo wolt jhr Mutter die hochvernünftige Astronomia bleiben, wenn sie diese jhre nährische Tochter nit hette, ist doch die Welt noch viel nährischer, vnd so nährisch, dass dero selben zu jhren selbst frommen diese alte verständige Mutter, die Astronomia durch der Tochter Narrentaydung, weil sie zumal auch einen Spiegel hat, nur eyngeschwatzt vnd eingelogen werden muss.

Vnd seind sonsten der Mathematicorum salaria so seltsam vnd so gering, dass die Mutter gewisslich Hunger leyden müßte, wann die Tochter nichts erwürbe« usw. Auch gegen seinen Lehrer und vertrauten Freund spricht er sich in einem Briefe ähnlich aus: »Wenn Gott jedem Thier die Mittel und Wege gab sein Leben zu fristen, warum sollte er dann nicht in derselben Absicht dem Astronomen die Astrologie beigeben?« Also um die Mittel zur Förderung wahrer Wissenschaft zu gewinnen, gab sich K. mit jener Afterwissenschaft ab, die bei seinen Zeitgenossen noch im höheren Ansehen stand.

K.s erstes größeres Werk das »Mysterium cosmographicum« erschien 1596 in Tübingen. Er glaubt, in diesem Werk das Geheimnis des Weltbaues zu enthüllen. Die Grundvorstellung ist falsch, da sie mit der Sechszahl der damals bekannten Planeten steht und fällt. K. will die Ursachen für Zahl, Größe und Bewegung der Planeten ergründen, ein Problem

dem er seit seiner Studentenzeit nachsann. Auch um eine Bestätigung des Kopernikanischen Systems war es ihm dabei zu tun. Der Gedanke ist mit K.s eigenen Worten kurz folgender.

»Die Erdbahn liefert den Kreis, der das Maß aller übrigen bildet; um ihn beschreibe ein Dodekaeder: der dieses umschließende Kreis ist der des Mars; die Marssphäre begrenze mit einem Tetraeder, der diesem umschriebene Kreis wird der des Jupiter sein. Die Sphäre des Jupiter umschließe mit einem Würfel; der diesem umschriebene Kreis ist der des Saturn. Ferner schreibe der Erdsphäre ein Ikosaeder ein, der von diesem eingeschlossene Kreis wird der der Venus sein. Der Venus schreibe ein Oktaeder ein, und der Kreis in diesem wird dem Merkur zugehören. Und so erhältst du den Grund für die Anzahl der Planeten.« (Es gibt bekanntlich nur jene fünf regelmäßig begrenzte Körper.) Das Buch machte bei seinem Erscheinen großes Aufsehen und fand die Anerkennung und Bewunderung der gelehrten Welt. K. hielt an dieser Grundlage zeitlebens fest, da bis zu seinem Tode keine Beobachtung bekannt wurde, die ihr widersprochen hätte. Er behauptet auch, seine sämtlichen Studien, Werke und Entdeckungen hätten ihren letzten Ursprung in diesem Buch.

Am 27./4. 1597 verheiratete sich K. mit *Barbara Müller*, die trotz ihrer Jugend (geb. 1573) bereits zweimal vermählt gewesen war. Sie brachte K. eine Stieftochter zu. K. hatte große Schwierigkeiten gehabt, die Zustimmung der Familie seiner Frau zu erhalten. Diese galt damals schon für adelig, obwohl ihr das Adelsprädikat »von Mühlbeck« erst 1623 verliehen wurde. Von K. wurde nun der Nachweis verlangt, daß er ebenfalls adeliger Abkunft sei. Um diesen Nachweis zu führen, mußte K. mehrere Monate nach Hause reisen. In der Tat gelang es ihm nachzuweisen, daß zwei seiner Ahnen, die Brüder *Friedrich* und *Konrad K.* 1430 von *Kaiser Sigismund* zu Ritttern geschlagen und 30 Jahre später von *Friedrich III.* bestätigt worden waren. Die Familie kam aber später wirtschaftlich herab und machte deshalb keinen praktischen Gebrauch von ihrem Adel. Hiermit mag es zusammenhängen, daß sie sich in Nürnberg mit einer leichten Veränderung der Namen schrieben und erst später, als sie in Weilderstadt wieder zu Ansehen gelangt waren, die ursprüngliche Schreibart wieder aufnahmen. (K. selbst schreibt sich bald *Kepler*, bald *Keplerer*.)

K.s Schwiegervater war sehr vermögend, so daß K. über alle materiellen Sorgen hinweg zu sein schien. Aber in allen Geldsachen verfolgte ihn ein widriges Geschick, und er ist in der Tat nie in den richtigen Genuß des Vermögens seiner Frau gelangt, da die sehr bald nach seiner Verheiratung einsetzenden Religionswirren die Besitzverhältnisse der Protestanten Österreichs mehr oder weniger gestört haben.

In den Erbländen des *Erzherzog Karl*: Steiermark, Kärnthen und Krain war damals die Mehrzahl der Einwohner, der Adel fast ausnahmslos, protestantisch. Hierin hatte die Gegenreformation, solange *Karl* lebte, auch nicht viel zu ändern vermocht. Anderes erwartete man von seinem Sohn und Nachfolger *Ferdinand* (später *Kaiser F. II.*) der, ganz unter jesuitischem Einfluß erzogen, ausdrücklich gelobt hatte, alles »Sektiererwesen« in seinen Landen mit Stumpf und Stiel auszurotten. K. schreibt deshalb auch kurz nach seiner Verheiratung an *Maestlin*: »Wir erwarten die Rückkehr unseres Fürsten aus Italien mit Zittern und Zagen.«

Diese Befürchtungen sollten schnell genug eintreffen. Taktlosigkeiten und Zelotismus auf seiten der Protestanten gaben dem heimgekehrten *Erzherzog F.* eine willkommene Handhabe zur Durchführung seiner Absichten. Alle Diener der protestantischen Kirche und Schule wurden des Landes verwiesen. Mit ihnen auch K., doch erhielt er schon nach Verlauf eines Monates als Einziger die Erlaubnis zur Rückkehr. Diese und andere, spätere Vergünstigungen verdankt K. den Jesuiten, unter denen sich schon zu jener Zeit Gelehrte ersten Ranges befanden, die K.s wissenschaftliche Bedeutung frühzeitig erkannten. Sie hätten es gewiß gern gesehen, wenn sich der so viel versprechende junge Gelehrte zur katholischen Religion bekannt hätte. Es hat denn auch nicht an direkten und indirekten Versuchen gefehlt, K. den Übertritt nahezu legen. K.s ganzes Leben und Arbeiten hätte sich unzweifelhaft leichter und behaglicher gestaltet, wenn ihm sein Gewissen diesen Schritt gestattet hätte, der ihm ebenso sehr von katholischer Seite durch offensichtliches Entgegenkommen als von lutherischer durch Übelwollen und Rücksichtslosigkeit gegen seine eigene Person erleichtert wurde (K. wurde wegen einiger Abweichungen in seinen religiösen Ansichten, wie schon oben angedeutet, von der Tübinger theologischen Fakultät nach Graz »fortgelobt« und später sogar offiziell »exkommuniziert«, indem man ihn vom Genuß des h. Abendmahles in Linz ausschloß,

gl. S. 110 Anm.). Um so höher müssen wir also K.s Standhaftigkeit anerkennen.

Vielleicht um jenen Anfechtungen ein für allemal ein Ende zu machen, sprach sich K. in einem Briefe an einen hochgestellten Katholiken, den bayrischen Kanzler *Herwart von Hohenfeld*, offen über diesen Punkt aus. Kurz nach seiner Rückkehr nach Graz schrieb K. nämlich an diesen ihm zeitbens treu bleibenden Gönner: »Was nun? Soll ich in Steiermark bleiben, oder soll ich gehen? Nichts hält mich davon ab, Ihnen meine innerste Herzensmeinung zu eröffnen, der Sie die Mitteilung über meine Studien, wie mir scheint, so freundlich aufgenommen haben. Wortüber Sie sich vielleicht freuen [Fortschritte der Gegenreformation], das kann nicht anders als mir den bittersten Schmerz bereiten. So geht es im Leben! Ich bin Christ und habe das augsburgische Glaubensbekenntnis aus den Unterweisungen des Elternhauses, aus oftmals geprüften Gründen und unter täglichen Versuchungen angenommen; um hange ich an, heucheln habe ich nicht gelernt. Glaubenssachen behandle ich ernst, nicht wie ein Spiel, darum kümmer ich mich auch ernstlich um die Ausübung der Religion und um den Gebrauch der Sakramente. Wie aber nun? Diejenigen, denen ich mich bisher als Mittler zwischen mir und Gott bekennte, sind aus diesem Lande vertrieben« usw.

K. sah bald ein, daß er in Graz nicht auf die Dauer werden konnte. Denn wenn seine Anwesenheit auch geduldet wurde, so verschonte man ihn doch keineswegs mit Maßregelungen aller Art. Er schrieb damals voller Verzweiflung an *Maestlin* und beschwor seinen alten Lehrer, ihm doch irgend einen Lehrauftrag in der Artistenfakultät in Tübingen zu verschaffen. Aber *Maestlins* Anstrengungen waren vergeblich.

Indessen hat K. in jener für ihn so drangvollen Zeit (1599 starben kurz hintereinander seine beiden Kinder) Abhandlungen geologischer, physikalischer und astronomischer Inhalte geschrieben, über den Erdmagnetismus, Ursache der Schiefe der Ekliptik u. a.).

Als *Maestlins* Bemühungen gescheitert waren, und dabei die Verhältnisse in Graz sich infolge von Einkerkierungen und Völkereien ungefügiger Protestanten immer schwieriger gestalteten, faßte K. den Entschluß, nach Prag zu *Tycho de Brahe* zu gehen und bei ihm eine Anstellung nachzusuchen. Er war damals aus Dänemark nach Prag zu *Kaiser Rudolph* bergesiedelt und hatte eben einen Brief an K. abgeschickt,



in dem er ihn nach Prag berief. *K.* war bereits unterwegs, als der Brief an ihn abging. In diesem (1600) und dem folgenden Jahre litt *K.* an einer besonders schweren Malariaform.

*K.* fand an *Tycho* auf die Dauer nicht den wohlwollenden Meister und Freund, den er erwartet haben mochte. Er schreibt aus Prag an *Maestlin*: »Ich habe hier alles unsicher angetroffen; *Tycho* ist ein Mann, mit dem man nicht leben kann, ohne sich den größten Beleidigungen auszusetzen. Die Besoldungen sind recht gut, aber man kann mit Mühe kaum die Hälfte herauspressen.« *K.*s ewiges Geschick, sein Gehalt unregelmäßig, stark verkürzt oder gar nicht ausgezahlt zu erhalten, bewährte sich auch in Prag. Sogar sein häusliches Leben wurde dadurch recht ungemütlich.

Schon im folgenden Jahre (1601) starb *Tycho* und nicht allzulange darauf wurde *K.* als dessen Nachfolger mit dem Titel »Kaiserlicher Mathematicus« ernannt. Auch die späteren *Kaiser Matthias* und *Ferdinand II.* bestätigten *K.* in diesem Amt. Die Benutzung des *Tychoschen* literarischen Nachlasses, um die es *K.* sehr zu tun war, mußte er sich erst durch einen Prozeß mit den Erben *T.*s erstreiten. Mit Hilfe von *T.*s zwanzigjährigen, sowie eigener Beobachtungen des Planeten Mars, gelang es *K.*, den Nachweis zu führen, daß dessen (wie auch der anderen Planeten) Bahn kein Kreis, sondern eine Ellipse ist (sog. I. *Keplersches* Gesetz). Hierdurch und durch die spätere Entdeckung *K.*s, daß der Leitstrahl, den man sich von der Sonne zur Erde gezogen denkt, in gleichen Zeiträumen gleiche Flächenräume bestreicht (II. *Keplersches* Gesetz), erhielt das *Kopernikanische* System gewichtige Stützen. Denn die »Ungleichheiten«, die dem System noch anhafteten, weil es kreisförmige Bahnen und gleichförmige Geschwindigkeiten der Planeten annahm, waren nun mit einem Male aus dem Wege geräumt.

Gleichzeitig arbeitete *K.* an seinem großen, dem *Kaiser Rudolph* gewidmeten Werk: »Paralipomena in Vitellionem seu Astronomiae pars optica« (Frankfurt 1604), indem er unter anderen eine neue Theorie des Sehens aufstellt, die noch heute der Hauptsache nach zu Recht besteht. Sie findet sich auch in der Dioptrik. Vgl. Lehrsatz LXI. Nebenher beschäftigten den Unermüdlichen noch viele andere, manchmal rein praktische Probleme, z. B. Konstruktionen von Pumpwerken, Berechnung des Inhaltes von Fässern usw. Dabei war er allein im Jahre 1604 zwei Monate schwer krank. Besonders wichtig

Das K.s Leben ist das Jahr 1610. Es brachte die Veröffentlichung der *Galileischen* Schrift: »Sidereus Nuncius«, in der K. seine Entdeckung von vier Jupitermonden und den Phasen der Venus mit dem von ihm verbesserten holländischen Fernrohr beschreibt. Angeregt durch diese Veröffentlichung, beschäftigte sich K. von neuem auf das eingehendste mit Optik und faßte alles, was damals über diesen Gegenstand bekannt war, in seiner »Dioptrice« zusammen. Er schrieb das Buch in einem Zuge während des August und September 1610. Ein sehr großer Teil davon ist sein eigenstes geistiges Eigentum. Dahin gehört auch die Angabe zur Konstruktion des nach ihm benannten K.schen Fernrohrs (astronomisches Fernrohr im Gegensatz zu dem von *Galilei* verbesserten terrestrischen oder holländischen Fernrohr, das zuerst ebenfalls im Jahr 1609 in Holland aufgetaucht war). K. kam auf Grund seiner theoretischen Erwägungen auf diese Konstruktion, da ihm optische Hilfsmittel nur in dürftigstem Maße zur Hand waren. Seine Dioptrik erschien 1611 in Augsburg.

Schon in diesem Jahre scheint K. an eine Übersiedlung nach Linz gedacht zu haben. Dies geht wenigstens aus einem Brief *Jörgers* an K. (Dez. 1610) hervor. Prag war ihm ganz und gar verleidet. Er selbst schreibt später an seinen Freund *Trüger* hierüber: »Dieses Jahr [1611] war in jeder Hinsicht traurig und unheilvoll für mich.« Seine Frau erkrankte schwer an Melancholie, ungarischem Fieber und Epilepsie. Seine drei zwischen gebornen Kinder bekamen gleichzeitig die Blattern, von denen eins erlag. Dazu kamen Kriegswirren in nächster Nähe. Einen Teil Prags hatte *Erzherzog Leopold* besetzt, der andere, in dem K. wohnte, wurde von böhmischen Heerhaufen bedrängt, als die Österreicher kamen und die Stadt entsetzten, aber zugleich versuchten. Die kaum genesene Gattin K.s fiel dieser Pein zum Opfer und starb am 3./7. 1611. Sie hat an K.s Seite fast nur schwere Zeiten verlebt und alle Arten von Unmach über sich ergehen lassen müssen. Da ist es denn kein Wunder, daß sie zeitweilig den Mut sinken ließ, sie, die im Elternhause nichts von Sorgen erfahren hatte.

K. schildert sein Zusammenleben mit ihr an verschiedenen Stellen seiner Briefe. Er sagt u. a. in einem Schreiben an seine unbekannt gebliebene Frau: »Was aber Gott gethan, der verhenget hatt, dass meine besoldung mir gesperret gewest, und dass sie stättigs krankte und mit Melancholey beladen, darowegen sie immer verzagen wöllen an meinem rest [rück-

ständiges Gehalt?] und mir nit gestattet, dass Ich Ir hauptgutt angreiffe, Ja nit einen einigen Becher wöllen versetzen lassen, Item selbs nit wollen die hand an Ir geringes schatzgeltlin legen, als wurde sie darüber an bettelstab khommen, da kann Ich nit leügnen, das Ich nit allain mein laid an Irer vergeblichen Sparsamkhait gesehen, sondern auch oft sey verursacht worden, sie wegen Irer vnweise zu straffen mit zornigen worten . . . . Summa sie ist zorniger art gewest, vnd wan sie eins Menschens wegen stättiger beywohnung gewohnt, hatt sie all Ir begehren mit zorn fürgebracht, da hab Ich mich hingegen zum streitt auffbringen lassen vnd sie geraitzet, ist mir laid, hab mich wegen meins studirens nit alweg besonnen: hab aber an Ir lehrgelt geben vnd gelehret gedult zu haben. usw. (der lange Brief enthält vieles kulturhistorisch Interessante. Er steht bei *Frisch* pag. 811—815 Bd. VIII 2).

Noch in demselben Monat bot K. den Ständen von Österreich seine Dienste an. Sie nahmen K.s Gesuch günstig auf und bewilligten ihm 400 fl. Gehalt und 100 fl. Umzugskosten. Doch kam der Vertrag erst 1612 zustande, weil *Kaiser Rudolph* so lange zögerte, das Entlassungsgesuch K.s zu bestätigen. Die Staatskasse schuldete K. damals schon gegen 4000 Taler. K., von dem der Ausspruch herrührt, das Heiraten gehöre zu den Sitten deutscher Gelehrter, sah sich nach einer zweiten Mutter für seine verwaisten kleinen Kinder um. Er hatte die Auswahl unter nicht weniger als 11 Wittwen und Jungfrauen, die er einzeln in einem launigen Briefe an den Baron *v. Strahlendorf* beschreibt. Seine Wahl fiel auf die schöne *Susanna Reutlinger* aus Effertingen in Österreich, die arm und von geringer Abkunft, aber bei der Baronin *v. Starenberg* erzogen und gebildet worden war. Sie zählte 24 Jahre als sie den 42jährigen K. heiratete (1613). Sieben Kinder gingen aus dieser in jeder Hinsicht glücklichen Ehe hervor.

In Linz blieb K. von 1612—1626 mit häufigen und längeren Unterbrechungen durch Reisen in amtlichen und persönlichen Angelegenheiten. Hier schrieb er an seinem »*Epitome astronomiae copernicanae*« (4 Bände) und an der »*Harmonice mundi*« (5 Bücher), in der er sein drittes Gesetz veröffentlichte: »Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich umgekehrt wie die Kuben ihrer mittleren Entfernung von der Sonne.«

In K.s Linzer Zeit fällt auch der Hexenprozeß, der gegen seine alte 70jährige Mutter in der Heimat angestrengt worden

war. Um sie vor der Tortur und dem sichern Tod auf dem Scheiterhaufen zu retten, ging K. nach Württemberg und verblieb daselbst ein und ein Vierteljahr, um alle Kräfte zur Verteidigung seiner Mutter anzuspannen.

Diese unruhige alte Frau hatte sich durch unvorsichtiges Benehmen in das Gerede der Leute gebracht. Den ersten Grund dazu legte sie bereits 20 Jahre vor der Anklage, als sie den Totengräber, der die alten Gräber umgrub, bat, ihr den Schädel ihres Vaters zu verschaffen, sie wolle ihn in Silber fassen lassen und ihrem Sohne, dem Mathematicus, zum Geschenk machen. Doch stand sie hiervon ab, als der Totengräber nicht darauf eingehen wollte. Andererseits machte sie sich ihren vorurteilsvollen Zeit- und Ortsgenossen dadurch verdächtig, daß sie überall in die Häuser lief und jedermann ihre Heilkünste aufdrängte.

Eine der *Keplerschen* Familie feindlich gesinnte Partei hatte dies zum Anlaß genommen, die alte, ahnungslose Frau der Hexerei zu verdächtigen, um sie dann bei passender Gelegenheit förmlich zu verklagen. Diese Gelegenheit führte *Katharina* durch fortgesetzte, unüberlegte Reden und Handlungen bald genug herbei. K. selbst sagte von ihr damals: »Sie war eine Frau von rauhem Gebahren, streitsüchtig und unruhigen Geistes, womit sie die ganze Stadt in Aufregung versetzt und sich selbst und den Ihrigen unendliches Unglück bereitet hat.«

Wohl hauptsächlich dem Ansehen und der Unermüdlichkeit ihres schon damals hochberühmten Sohnes hat sie es zu verdanken, daß sie vor der Tortur und dem schimpflichen Tode des Verbrennens bewahrt wurde. Aber auch sich selbst kann sie einen Anteil an dem günstigen Ausgange zuschreiben. Denn tapfer bestand sie die Probe der »Territion«. Im Bericht des Vorrichters heißt es darüber: »Da ich dann nach publicirter Vrthel in Beysein Hannss Stenglins, Jacob Schönbergers vnd Samuel Eplins, anfänglichen Sie Verhafttin im Thorstüblin in gütetin [in Güte] nach notturfft besprochen, nachgehendz auch vff all Ir widersprechen vnd verlaugnen, Sie an den gewonlichen vnd zur Tortur bestimpten ortt führen lassen, Ihr auch allda den Nachrichten vnder Augen gestellt, dessen instrumenta fürgezaigt, damit ernstlich vndt nach notturfft die Warhait anzuezaigen, vnd Ihr selbstn vor großem schmerzen vnd Pein zusein, erinnert. Hat Sie jedoch ohngeachtet aller ernstlicher erinnerung vnd Betrawungen der beschuldigten Hexerey halber durchaus lediglich nichzit gestendig

sein noch bekennen wollen, mit anzaigen, man mache mit ihr was man wolle, vnd da mann Ihr schon auch ein Ader nach der andern auss dem Leib herauss ziehen sollte, so wüsste sie doch nichzit zuebekennen, vnd allzuemit uff die Knie nider gefallen, ein Vater vnser gebetten vnd darauff vermeldendt, Gott solle allda ein Zeichen thun, wann Si ein Hexin oder Vnholden seye, vnd jemahlen mit der Hexerey zuethnen gehabt habe. Sie wolle auch darauff sterben, Gott werde die Warhait an tag geben, vnd nach Ihrem Todt offenbahren, dass Ihrin Vnrecht vnd gewaltt geschehe, deme Sie Alles wolle bevohlen haben; dann Sie wisse, er werde seinen Hayligen Gaist nit von Ihr nemmen, sondern Ihr Beyständer sein [usw.] . . . . Hat also uff vilfeltiges erinnern vnd betrowen [Bedrohen] nichzit bekennen wellen, sonder uff Ihrem ieder Zeit widersprechen vnd verneinen, das Sie der Hexerey halber behafft sein solle, pure et constanter verbliben, des wegen Ich dan Sie widerumb in Ihr custodiam fñhren lassen [usw.]

Deroselben etc den 28. Sept. 1621

Vogt zu Gñglingen  
J. V. Aulber.«

Darauf erfolgte von dem Oberrichter der Bescheid »... demnach die Kepplerin durch aussgestandene Territion die ein-khommene indicia purgirt . . . von angestellter Clag zue absolviren« usw. Der Oberrichter war offenbar froh, auf diese Weise den Prozeß niederschlagen zu können, denn es läßt sich nicht verkennen, daß es auch zu jener Zeit schon Richter gab, denen Hexenprozesse im höchsten Grade unangenehm waren. Diesen Eindruck gewinnt man wenigstens, wenn man sich die Mühe nimmt, *Katharina Keplers* Prozeßakten durchzustudieren (bei *Frisch* Bd. VIII 1. Seite 362—562, also 200 enggedruckte Seiten!).

*Katharina K.* überlebte ihre Befreiung nicht lange. Sie starb schon im Jahr darauf.

Trotz der Arbeit und den Sorgen, die ihm der Prozeß seiner Mutter verursachte, fand *K.* doch noch zwischen durch Zeit, gelehrte Abhandlungen zu schreiben. Er schrieb über die Mondfinsternisse des Jahres 1620 und an einer längeren Abhandlung über das *Kopernikanische* System (vgl. S. 16). Mit Recht sagt *v. Breitschwert* bei Erwähnung dieses Umstandes: »Sorgenfreie Muße wird insgemein für ein Bedürfnis des Denkers gehalten, aber bei diesem außerordentlichen Manne verhielt es sich anders. *K.* selbst löst uns das Rätsel.« »Diese Beschäftigung«,

schreibt er aus Württemberg an *Bernegger*, »macht mir zwar sehr Mühe, als das Lesen derselben meinen Lesern, aber ich schöpfe auch aus ihr mehr Vergnügen, als alle meine Leser sammeln genommen.« Das »labor ipse voluptas«, das man ist Recht auf die Gelehrtenarbeit gemünzt hat, findet sich fastörtlich in einem anderen Briefe *K.s* an *Crüger*: »Wenn Du ist Deine Beobachtungen über Sonnenfinsternisse mitteilst, so hast Du meine Arbeit und meine Wollust vermehren«. Und t einen anderen Freund: »Du hast mich durch deine Bitte n Unterhaltung mit mathematischen Gegenständen glücklich macht; die Astronomie ist die edelste Beschäftigung, weil o den weisesten Schöpfer verherrlicht; gibt es daher etwas, as den Menschen in diesem niederbeugenden Exil aufrichten ann, so ist es diese Wissenschaft« (zitiert n. v. *Breitschwert*).

War nun auch *Katharina K.s* Prozeß durch eine Art Freiprechung beendet worden, so blieb doch nach Anschauung er damaligen Zeit ein Makel auf dem Namen der Familie aften, und die allzeit geschäftige Fama hatte dafür gesorgt, aß sich die Kunde von dem Prozeß mit den üblichen Überreibungen und Zusätzen auch bis Linz verbreitete. Ob nun ies die Ursache war, weshalb *K.* von Linz fortzukommen rebte, oder ob ihn die sonstigen ungünstigen Umstände\*) fortrieben, jedenfalls machte *K.* Anstrengungen, anderswo, am liebsten aber in Württemberg eine Anstellung zu finden. Letzteres gelang ihm diesmal ebensowenig, wie bei seinem Wegange von Graz. Angeblich weil er in Ulm bessere Mittel und mehr Ruhe zur Drucklegung der *Rudolphinischen* Tafeln ande, erbat und erhielt er vom Kaiser die Erlaubnis, dorthin überzusiedeln. Seine Familie ließ er in Regensburg (Nov. 1626). Noch das ganze Jahr 1627 blieb er in Ulm, mit der Herstellung der Tafeln beschäftigt, reiste dann nach Frankfurt, wegen des Verlages und kehrte nach Ulm zurück. Dann ging er von da über Regensburg nach Linz, um seine Angelegenheiten öllig zu ordnen. Auch nach Prag kam *K.* noch einmal, um

---

\*) *K.* war wegen seiner etwas abweichenden religiösen Überzeugung durch den dortigen Pastor *Hitzler* vom Genuß des Abendmahles ausgeschlossen. Außerdem hatte die lange Belagerung der Stadt Hungersnot und alle andere Schrecken einer solchen Zeit gebracht. Und schließlich war vom Kaiser wieder ein Edikt entlassen, welches alle Lutheraner des Landes verwies. Doch wäre *K.* hiervon gewiß wieder ausgenommen worden, wenn er sich darum bemüht hätte.

restierendes Gehalt einzufordern. *Wallenstein*, der davon hörte, erbot sich, diese Gelder beizutreiben und *K.* zu sich nach Schlesien zu nehmen. Schlesien war damals die sicherste Provinz Österreichs, und mochte wohl *K.* die meiste Aussicht auf ungestörtes Arbeiten gewähren. Er nahm deshalb an und siedelte mit seiner Frau und den jüngeren Kindern nach Sagan über. Hier richtete er auch eine Druckerei ein, um die Ephemeriden zu vollenden. *Wallenstein*, bekanntlich der Astrologie blind ergeben, hoffte *K.* nach dieser Seite gründlich auszunutzen. Da aber *K.* die Astrologie nur mit Widerstreben und Vorbehalten auszuüben pflegte, so mußte *W.* noch den Astrologen *Zeno* (Seni) neben *K.* teuer besolden, was ihn seinerseits wohl abgeneigt machen mochte, sich der *K.*schen Forderungen an die kaiserliche Kasse energisch anzunehmen. Um sich dieser Verpflichtung zu entziehen, bestimmte *W.* den Senat der Universität Rostock, *K.* auf den dortigen Lehrstuhl der Mathematik zu berufen, was auch geschah. Aber *K.* in Furcht, hierdurch das Recht auf seine Forderung zu verlieren, wollte nicht eher annehmen, als bis der Herzog die Kaiserliche Genehmigung ausgewirkt habe, und der Rückstand bezahlt sei. Da *W.* dies nicht tun wollte, so verschlechterte sich das Verhältnis *K.*s zu *W.* mehr und mehr. 1630 erhielt *K.* den Besuch seiner neuvermählten Tochter und seines Schwiegersohnes *Jacob Bartsch*, Professor der Mathematik in Straßburg. Dies war wohl der letzte Lichtblick in *K.*s Leben. Kurze Zeit darauf erfolgte *W.*s Sturz und führte indirekt auch *K.*s Ende herbei. Um seine Ansprüche vor dem in Regensburg versammelten Reichstage persönlich geltend zu machen, machte sich *K.* auf die beschwerliche Reise von Sagan über Leipzig nach R. Von den Mühseligkeiten des langen, zu Pferd zurückgelegten Weges erschöpft, kam *K.* in R. an, erkrankte drei Tage später schwer und starb 59 Jahre alt am 15. Nov. 1630 in *Hildebrand Pyllus* Haus (Nr. 104 in der Donaustraße nach einer Angabe *W. Neumanns* aus dem Jahre 1864). Er ist auf dem damaligen Kirchhof von St. Peter unterhalb der Außenwerke der Stadt R. bestattet worden. Sein Grab wurde 1633 durch die einstürzenden Festungswerke verschüttet. An Stelle der alten Befestigungen sind später Gartenanlagen getreten, in denen *L. v. Dalberg*, Bischof von R. 1808 *Kepler* ein Denkmal setzen ließ. Erst spät folgte Weilderstadt diesem Beispiel. Das schönste Denkmal errichtete aber unserem *Kepler* der 1881 verstorbene Studienrektor Dr. *Ch. Frisch* (in

Stuttgart), indem er die vielen verstreuten Arbeiten und Briefe Ks in einer neunbändigen Gesamtausgabe vereinigte und mit einem laufenden (leider lateinischen) Kommentar versah. (Frankfurt 1870.) Fr. hat auf diese Riesenarbeit einen guten Teil eines Lebens verwendet (30 Jahre).

Glücklicherweise ist K. nicht so arm gestorben, wie man ange Zeit geglaubt hat. Das unmittelbar nach seinem Tode aufgenommene Inventar alles dessen, was er auf seiner letzten Reise an Barmitteln\*), Kleidungsstücken und Reiseutensilien mit sich führte, läßt darüber keinen Zweifel. Sein Hauptnachlaß bestand allerdings in jenen Schuldforderungen an staatliche und städtische Behörden. Erst seinen Erben gelang deren Beitreibung durch Mithilfe hoher Gönner des Verstorbenen\*\*).

Von seinen 12 Kindern überlebten ihn nur ein Sohn und eine Tochter längere Zeit. Direkte Nachkommen K.s gibt es nicht mehr.

Seine selbstverfaßte Grabschrift lautet:

Mensus eram coelos, nunc terrae metior umbras.

Mens coelestis erat, corporis umbra jacet.

Charakteristisch für seine Lebensanschauung ist die häufig von ihm zitierte Sentenz:

»O curas hominum, o quantum est in rebus inane!«

Auch K.s literarischer Nachlaß hat noch mannigfache Schicksale erleben müssen. Er bestand aus 22 »Faszikeln« und ging zunächst in den Besitz des Sohnes über, der nur wenig davon veröffentlichte (*Somnium seu de Astronomia lunari*). Nach seinem Tode brachte der Danziger Astronom *Hevel* die gesamten Manuskripte »mit nicht geringen Kosten« in sich. Von einem Feuer, das (1679) fast die gesamte Bibliothek H.s vernichtete, blieb K.s Nachlaß wunderbarerweise vollkommen verschont. *Hevel* starb 1687, und nun gelangten K.s Manuskripte (für 100 fl.) in den Besitz des Professors *Janschius*, der die Absicht hatte, K.s sämtliche Werke zu veröffentlichen. Er kam aber nur dazu, K.s Briefe in einem starken Folianten (1717) der Öffentlichkeit zu übergeben, weil er gänzlich verarmte. Drei Bände Manuskripte sind seitdem im Besitze der Wiener k. k. Bibliothek, die übrigen wurden

\*) Allein in Gold gegen 60 Dukaten.

\*\*) Es waren ungefähr 16000 Gulden.



von *H.* an einen Frankfurter Kaufmann für 828 fl. verpfändet. Erst 1774 wurden sie, hauptsächlich auf *Murrs* und *Euler* Betreiben durch die *Kaiserin Katharina II.* für 2000 Taler ausgelöst, nach Petersburg gebracht und der Bibliothek der dortigen Akademie einverleibt.

Von der umfassenden wissenschaftlichen Tätigkeit dieses außergewöhnlichen Mannes konnten wir in dem vorgeschriebenen engen Rahmen nur Andeutungen geben. Schon die bloße Aufzählung aller seiner Schriften würde einen stattlichen Raum beanspruchen. Bedenken wir aber, unter wie schwierigen äußeren und inneren Verhältnissen *K.* diese ungeheure Arbeit geleistet hat, so stehen wir geradezu vor einem Rätsel.

Bewundernswert ist es auch, mit wie wenigen äußeren Mitteln *K.* die höchsten Leistungen erzielte. Dies zeigt sich nicht bloß auf seinem Hauptgebiet der Astronomie, sondern auch besonders bei der Abfassung seiner Dioptrik. Im Besitz von keinerlei anderen Instrumenten als ein paar Linsen, hat er die Lehre von der Dioptrik und den wichtigsten optischen Instrumenten so vollständig geschaffen, daß er mit Recht der Vater der modernen Optik genannt werden darf.

Die »Dioptrice« ist, wie die meisten Veröffentlichungen *K.* in einem nicht immer leicht verständlichen Latein geschrieben und deshalb wohl nur von wenigen gelesen. Der Übersetzer hielt es daher für ein verdienstliches Werk, dieses denkwürdige Buch durch Verdeutschung einem größeren Leserkreis zugänglich zu machen. Hierbei erfreute er sich der Mitwirkung des Herrn *P. v. Winterfeld*, durch die erst das Verständnis mancher sprachlich schwierigen Stelle erschlossen wurde. Auf optischem Gebiet erkennt er dasselbe von der freundlichen Beihilfe des Herrn *A. Gleichen* mit ebenso großem Danke an.

Berlin, August 1903.

Ferdinand Plehn.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

GENERAL BOOKBINDING CO.

74

100000

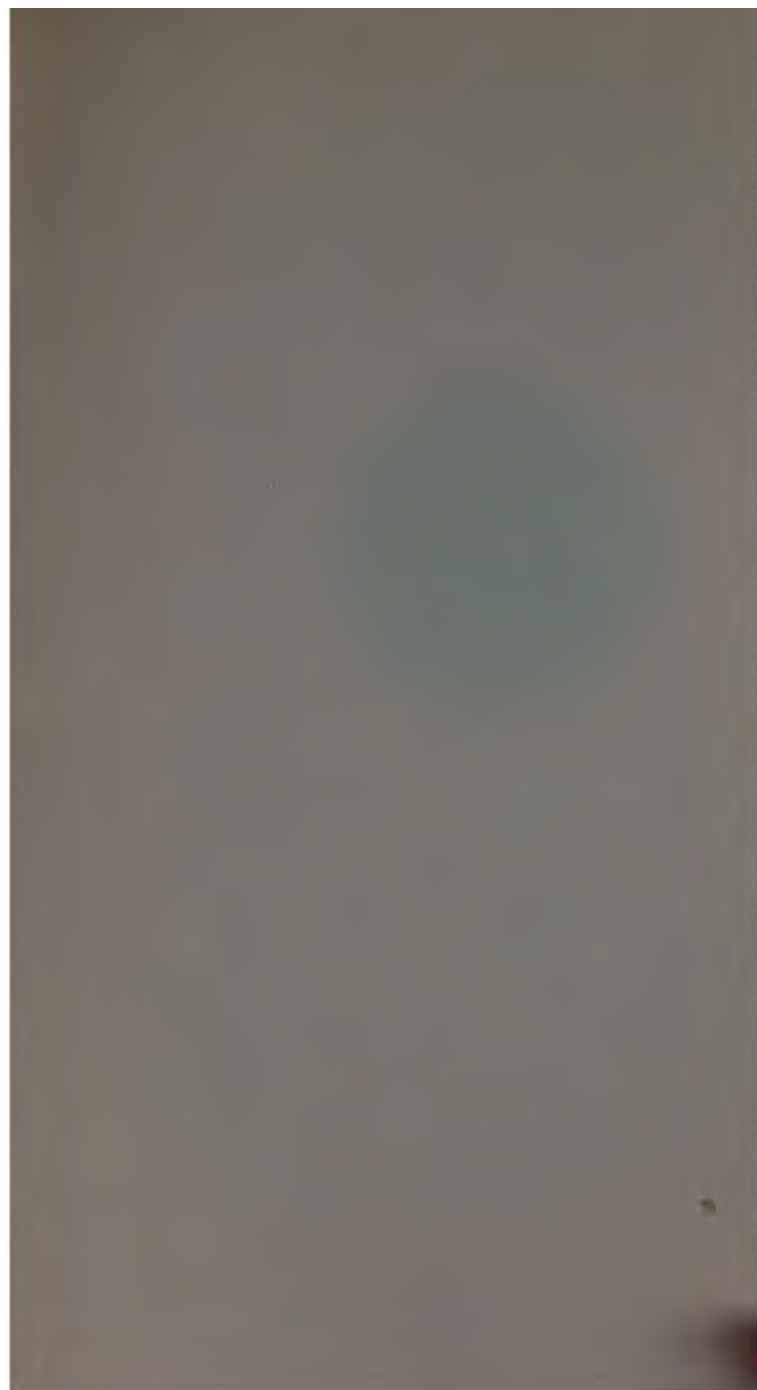
15

P

100

1000

QUALITY CONTROL MARK



1. 2. 3.

1. 2. 3.

1. 2. 3. 4. 5.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.



3 2044 012 583 993

THE BORROWER WILL BE CHARGED  
AN OVERDUE FEE IF THIS BOOK IS  
NOT RETURNED TO THE LIBRARY ON  
OR BEFORE THE LAST DATE STAMPED  
BELOW. NON-RECEIPT OF OVERDUE  
NOTICES DOES NOT EXEMPT THE  
BORROWER FROM OVERDUE FEES.

Harvard College Widener Library  
Cambridge, MA 02138 (617) 495-2413

